

APLICAÇÃO DE MALHAS NA CONFIGURAÇÃO DE GEOMETRIAS COMPLEXAS DA ARQUITETURA

Fernando Franz Zauk, Janice de Freitas Pires

RESUMO: A aplicação de malhas na produção arquitetônica evoluiu desde os modelos analógicos de Gaudí e Otto, no século XX, até o emprego atual na arquitetura digital, particularmente em processos de projeto subsidiados pela modelagem paramétrica. Nesse contexto, seu papel mais significativo se revela na otimização da representação gráfica e obtenção/construção de geometrias complexas com alto desempenho estrutural. Visando contribuir com a inserção deste saber na formação em arquitetura e facilitar a sua apropriação no contexto profissional, busca-se explicitar o saber relacionado com aplicações de malhas na arquitetura e compreender os conceitos geométricos que integram suas propriedades funcionais. É apresentado um caso referencial de arquitetura, a Biosfera de Montreal, a partir da noção estruturada do saber, de Yves Chevallard. Os resultados demonstram que a abordagem integrada entre desempenho, análise e a estruturação formal e construtiva, propiciadas pelas malhas e o desenho paramétrico, oferece uma estrutura de saber para a formação atual, que necessita ser explicitada e integrada no currículo das escolas de arquitetura.

Palavras-chave: Projeto paramétrico, malhas, ensino de arquitetura.

INTRODUÇÃO

O atual momento da prática profissional em arquitetura se caracteriza por processos de projeto desenvolvidos em meio digital, envolvendo uma arquitetura que é concebida computacionalmente. Mais do que nunca, o projetista tem a oportunidade de tratar com questões para além da representação e que podem ser resolvidas digitalmente, tais como análises e simulações de desempenho de diversos tipos (estrutural, de conforto térmico e acústico), a partir principalmente da abordagem do projeto paramétrico. Este, segundo Hernandez (2004), é um novo passo na evolução do projeto arquitetônico, visto que é resultado de um avanço nos programas gráficos que incorporam tal tecnologia, permitindo ir além dos limites encontrados nos sistemas CAD.

Definido como um processo de projeto baseado no pensamento algorítmico, o projeto paramétrico promove a definição formal dos elementos e codifica suas relações por intermédio de um sistema de expressões (JABI ET AL., 2017). Um projeto construído num sistema paramétrico tem cada uma de suas partes delimitadas, estabelecendo uma definição da geometria de cada elemento do design, mesmo que implicitamente. Esta abordagem também tem facilitado a concepção e representação de formas complexas configuradas por geometrias que possuem elevado nível de desempenho, como as superfícies de dupla curvatura, empregadas no passado por Gaudí e Frei Otto em modelos físicos experimentais.

Com isto, nos últimos vinte anos, as formas complexas passam a estar mais presentes na arquitetura contemporânea, substituindo geometrias retilíneas que até então configuravam a maneira mais conhecida de se otimizar a estrutura e a superfície. Segundo Kolarevic (2005) essa quebra da linearidade não é um interesse repentino, mas reflexo dos avanços tecnológicos que aumentaram a possibilidade de representação no campo da arquitetura, pois a configuração de tais formas era limitada frente aos recursos até então disponíveis. Celani, Barbosa Neto e Franco (2018) corroboram com essa ideia ao afirmar que projetos paramétricos tornaram prováveis os conceitos antes vistos como impraticáveis quando abordados de maneira manual tanto no processo de projeto como na fabricação.

Neste contexto, as representações em arquitetura tornam-se processos mais

dinâmicos, registrando o histórico do próprio desenvolvimento do projeto, adicionando o movimento e a visualização em tempo real das alterações da forma (ALMEIDA; NOGUEIRA, 2018). No entanto, tal abordagem ainda não faz parte da maioria dos currículos das escolas de arquitetura do Brasil, apontando a necessidade de os arquitetos buscarem esta formação quando ingressam no contexto profissional (CELANI; BARBOSA NETO; FRANCO, 2018). Visando promover a aprendizagem do projeto paramétrico na arquitetura, Pires, Pereira e Gonçalves (2017) destacam a necessidade de um reconhecimento do vocabulário geométrico desde as geometrias mais elementares até níveis crescentes de complexidade, visto que tal processo vem a facilitar a compreensão sobre as próprias técnicas de geração, os seus parâmetros de controle e a lógica relacional entre os elementos constituintes de tais geometrias.

Além disso, é importante destacar que o ensino da representação gráfica digital não deve se restringir a habilitar os estudantes unicamente em serem exímios usuários das tecnologias digitais e sim abordar uma estrutura mais integral do saber, nos termos da Teoria Antropológica da Didática de Chevallard (1999), que subsidie o reconhecimento de todos os elementos implicados para que os estudantes se tornem autônomos neste processo. Isto significa compreender e ter a possibilidade de explicitar diante de uma tarefa ou problema, as técnicas de sua resolução, as tecnologias que explicam, justificam e suportam as técnicas (que fazem estas funcionarem para uma dada tarefa) e as teorias que tem o mesmo papel em relação as tecnologias. Esta abrangência da estrutura do saber tem tido resultados significativos em processos de ensino da representação gráfica digital aplicada à arquitetura, especialmente no ensino da geometria em estágios iniciais de formação (PIRES; SILVA, 2012; SILVA ET AL, 2012; PIRES; FÉLIX; BORDA, 2016).

Assim como Gaudí e Otto incorporavam conhecimentos geométricos em suas obras por meio do emprego das malhas sujeitas a princípios de otimização, esta abordagem na atualidade é amplamente empregada na arquitetura, essencialmente por meio do desenho paramétrico em meio digital. Embora a aplicação de malhas na representação digital se justifique pela simplificação do cálculo matemático quando se trata da geração de geometrias curvas, esta técnica também é voltada a geração de modelos de geometrias otimizadas resultantes de simulações de forças físicas. Elas são capazes de subdividir uma superfície complexa e assim resolver e suavizar superfícies

não convencionais (PAN ET AL., 2016); e são empregadas em análises e em processos de otimização de questões estruturais (FLEISCHMANN; AHLQUIST, 2009). Ainda resolvem questões pertinentes ao contexto da construção civil, já que qualquer forma curva pode ser construída a partir de painéis planos (FLEISCHMANN; AHLQUIST, 2009,) e traz a possibilidade de se ter uma padronização (SHIMADA; GOSSARD, 1998), reduzindo a demanda por múltiplos moldes na construção.

Neste trabalho considera-se a importância de se identificar e compreender quais os conceitos da geometria e da representação gráfica digital estão associados à estruturação de uma forma arquitetônica complexa, construída com o auxílio das malhas e associadas a sua gama de potencialidades na configuração da forma. Tem-se a intenção de explicitar os conceitos e parâmetros que definem as soluções dos projetos e, dessa maneira, contribuir à construção do conhecimento geométrico e tecnológico associado ao processo de projeto paramétrico no âmbito do ensino.

METODOLOGIA

Este trabalho se insere em uma pesquisa aplicada e exploratória, segundo os conceitos de Gerhardt e Silverira (2009), em razão de buscar questões além das soluções geométricas específicas das situações arquitetônicas, mas também favorecer um maior entendimento da geometria associada a requisitos projetuais, com intuito de evidenciar os conhecimentos nessa área e sua transposição ao ensino de arquitetura.

Adota-se a noção estruturada de um saber, de Chevallard (1999), considerando-se o saber como um objeto dinâmico e passível de transformações conforme o contexto de sua aplicação. É pressuposto que a transposição do saber teórico para o saber ensinado relativamente a aplicação de malhas na arquitetura para configuração de geometrias complexas pode se apoiar na explicitação dos conceitos e técnicas envolvidos na programação visual resultante do desenho paramétrico das obras arquitetônicas contemporâneas selecionadas.

Inicialmente é realizada uma revisão bibliográfica sobre malhas na arquitetura, buscando compreender suas diferentes finalidades, critérios para aplicação e propriedades. Nessa etapa, destacam-se as pesquisas do matemático Helmut Pottmann (2007), por aproximar a área da geometria com a prática arquitetônica. A partir de

autores como Luo (2014), Mitchell et al. (2015) e Lima (2021), busca-se relacionar as diferentes abordagens de maneira a explicitá-las, para então se constituir como uma estrutura integral do saber, nos termos de Chevallard (1999).

A busca por conceitos e termos referentes às aplicações de malhas na arquitetura apoia-se em uma investigação sobre a estrutura geométrica de obras contemporâneas. Para isso, em etapa posterior da pesquisa, será realizada uma análise em documentação técnica e esquemas compositivos fornecidos pelos escritórios responsáveis pelos projetos, de forma a compreender o processo pelo qual a geometria foi manipulada. Além disso, também se busca compreender o discurso dos arquitetos, para identificar as terminologias associadas aos projetos.

A partir do discurso dos arquitetos responsáveis pelos projetos, sites e obras literárias de arquitetos e pesquisadores, buscar-se-á investigar o tipo de estrutura de saber presente associada ao emprego e importância das malhas na arquitetura, compreendendo-se o processo de projeto pelo qual cada obra passou.

Neste artigo serão apresentados os resultados da etapa de revisão, abarcando definições, classificações das geometrias em malhas e tipos de aplicações destas em projetos de arquitetura.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

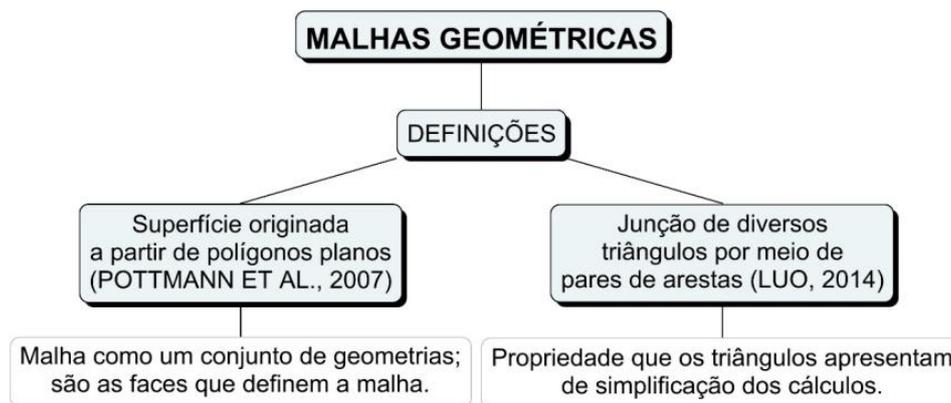
Definições de Malha (Geométrica)

Inicialmente, configura-se um esquema (Figura 1) resultante da revisão bibliográfica sobre as definições do termo ‘malha’, as quais diferem devido ao contexto em que foram delimitadas. O primeiro contexto é de uma pesquisa que une as áreas da matemática e arquitetura, na qual Pottmann et al. (2007) definem que toda superfície originada a partir de polígonos planos pode ser entendida como uma malha. O autor refere-se à definição das malhas a partir de suas faces, atribuindo a esses elementos toda a importância da caracterização desse tipo de superfície.

O segundo contexto é da área da matemática integrada à área da computação, em que Luo (2014) não restringe as malhas a um conjunto de polígonos planos de qualquer tipo, mas um conjunto de triângulos conectados por meio de pares de arestas. Sendo

assim, sua abordagem se concentra nas conexões entre as faces, ampliando os elementos básicos da estrutura da superfície poligonal. Se, por um lado, restringe uma geometria específica para as faces (triângulos), utiliza o elemento geométrico ‘arestas’ para delimitar a conexão. Sua definição considera a descrição geométrica de objetos que se configura com esta geometria triangular, devido à necessidade de simplificar os cálculos e facilitar o processamento computacional.

Figura 1. Definições sobre malhas, a partir de Pottmann et al (2007) e Luo (2014).



Fonte: Autoria própria (2022).

Topologia das Malhas

Luo (2014), quando aborda a conexão dos triângulos por pares de arestas, destaca a maneira como as faces estão dispostas, de forma a definir uma topologia para a superfície que será configurada. Para Firby e Gardiner (2001), isso se refere a ideia de continuidade da superfície e a propriedade de manter as relações entre seus elementos, independente da deformação que ela possa sofrer.

Nesse contexto, os autores destacam o conceito de “manifold”, que em matemática é um espaço topológico que se assemelha localmente (nas proximidades de cada ponto) ao espaço euclidiano (BRITANNIA, 2010; ROWLAND, 2022). Ou seja, é um subconjunto do próprio espaço euclidiano (LEE, 2000), de forma a promover uma “generalização e abstração da noção de uma superfície curva” (BRITANNIA, 2010, tradução nossa).

Segundo Kinyua (2016), um ‘manifold’ ou uma ‘variedade’ permite que superfícies curvas complexas possam ser apresentadas e entendidas por meio de

estruturas mais simples, cujas propriedades são completamente compreendidas. Já Gangl (2020) explica que tais objetos (manifold objects) apresentam uma curvatura, mas se configuram por geometrias que se aproximam de figuras planas. Esta noção nos permite compreender que a variedade é uma propriedade de planificação da superfície (NOTES, 2015) e esta ideia pode ser ampliada para o conceito de variedade de duas dimensões que significa uma superfície pode ser planificada sem que haja sobreposição das faces durante o processo (AUTODESK, 2018). A geometria em malha (definida computacionalmente) se insere nesta última categoria.

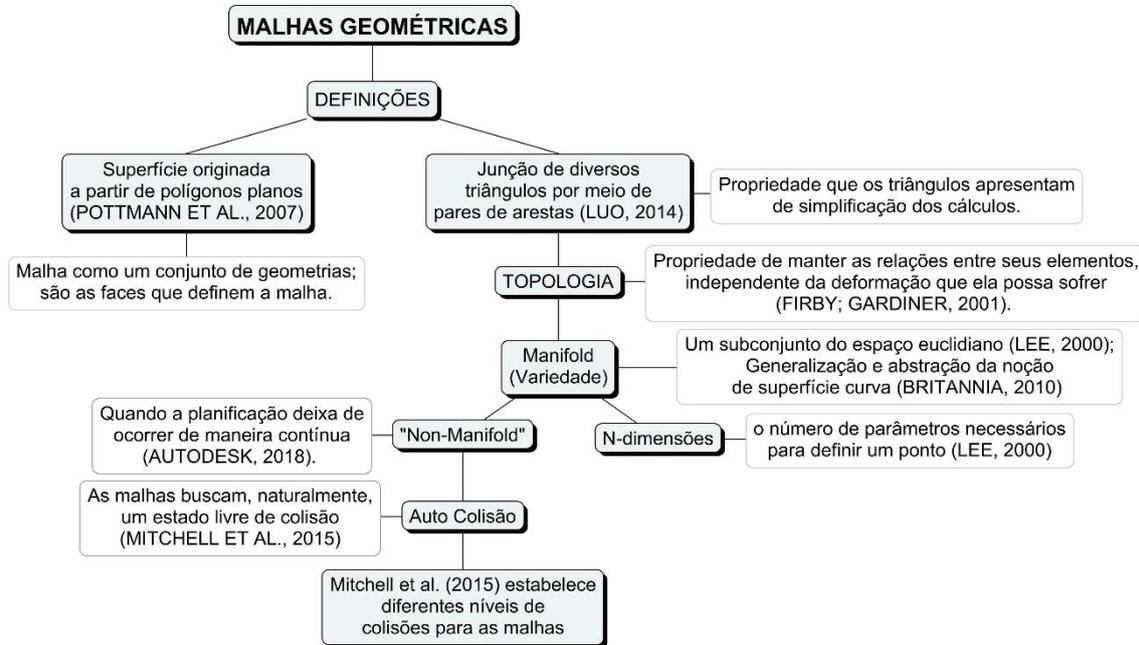
A definição computacional das malhas de Luo (2014) se relaciona com o conceito de topologia, de maneira que a continuidade de uma superfície é mantida quando esta é desdobrada, uma vez que as faces não sofrem nenhum desmembramento ou sobreposição uma em relação a outra. Ou seja, as faces podem ser deformadas, mas as relações entre elas se mantêm constantes e, segundo Notes (2015), para que a malha consiga atender essa propriedade, deve ter todas suas arestas internas relacionadas exatamente com duas faces.

Quando ocorre o encontro de mais de duas faces, a planificação deixa de ocorrer de maneira contínua. Esse encontro de diversas faces também pode ser entendido pelo conceito de colisão de Mitchell et al. (2015), que compara a estrutura de um sólido volumétrico e uma malha quando sua própria superfície se intersecta. Para o autor, os sólidos, por apresentarem uma definição de interior e exterior, aceitam até certo ponto que exista uma (auto) colisão em seu corpo, porém as malhas não se comportam da mesma maneira, visto que são estruturas que naturalmente buscam um estado livre de colisões.

Objetos modelados como variedade possuem uma dimensão “n” que determina o número de parâmetros necessários para definir um ponto no espaço (LEE, 2000). Quando esta dimensão é nula, deixando de configurar uma variedade, ocorre a situação “non-manifold” de Mitchell et al. (2015). As variedades mais simples apresentam uma única dimensão, enquanto as mais comuns apresentam duas. Lee (2000) exemplifica que, enquanto o círculo é uma variedade de 1 dimensão, pois qualquer ponto pode ser definido apenas com um parâmetro (o ângulo que este ponto ocupa na circunferência), a esfera é uma variedade de 2 dimensões, pois são necessárias a latitude e longitude (ou seja, duas coordenadas no espaço) para determinar a posição de qualquer ponto.

O esquema visual da Figura 2 sistematiza as definições das malhas e sua classificação quanto à topologia.

Figura 2. Classificação quanto à topologia das malhas.



Fonte: Própria autoria (2022).

Geometria das Faces

Pottmann et al. (2007) caracteriza as malhas exclusivamente a partir de suas faces, sem estabelecer uma especificação ou restrição para essa geometria, mas identificando variações e padrões em tais faces, a partir dos quais define uma classificação em relação aos tipos de polígonos que a constituem.

Quanto à regularidade das faces, as malhas podem ser: regulares, sendo estas as malhas formadas pela combinação polígonos regulares (POTTMANN ET AL; 2007; LIMA, 2021); irregulares (Figura 3), quando seus polígonos não apresentam uma repetição na forma (LIMA, 2021) e as malhas semi-regulares, que se apresentam como uma combinação de dois ou mais polígonos regulares (LIMA, 2021).

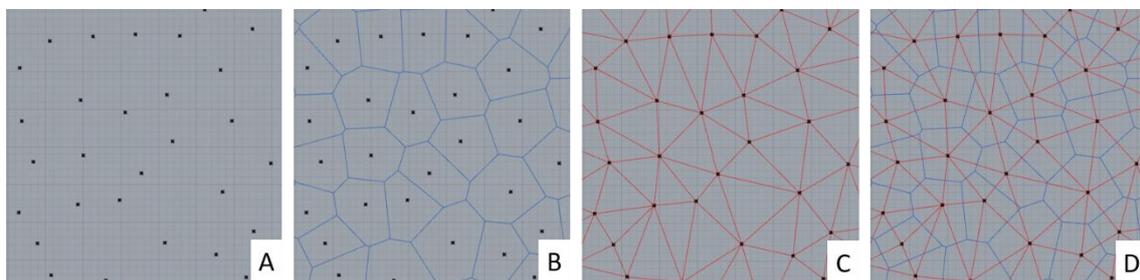
No primeiro tipo, Pottmann et al. (2007) e Lima (2021) apresentam triângulos, quadrados/retângulos e hexágonos como sendo as faces regulares capazes de configurar uma superfície totalmente preenchida. Isso por que a geometria desses polígonos tem a propriedade de composição geométrica com preenchimento integral do espaço, sem

vazios, além de manter regulares o perímetro e os ângulos da malha (LIMA, 2021).

Em relação às malhas irregulares, Lima (2021) as classifica em dois tipos de composições geométricas: a primeira delas é baseada no diagrama de Voronoi (Figura 3 B), geometria com uma organização espacial muito presente na natureza, que surge a partir de um conjunto de pontos que decompõe um plano em várias regiões (POTTMANN ET AL., 2007) e está presente na estrutura das folhas, asas de insetos ou organização celular. Essas regiões, exatamente pela referência da natureza, também são chamadas de células e são entendidas como a associação de pontos que apresentam a menor distância até um mesmo ponto do conjunto inicial (BURRY; BURRY, 2010).

Já a segunda organização irregular, denominada de Triangulação de Delauney (Figura 3 C), apresenta-se como a contrapartida do modelo anterior, pois deriva do mesmo conjunto de pontos. Enquanto o Voronoi é configurado pela região ao redor do ponto, a triangulação de Delauney surge da conexão dos pontos para definir triângulos nesse plano (POTTMANN ET AL., 2007). O autor também especifica que essa geometria evita a criação de triângulos com ângulos muito pequenos, pois as arestas dos triângulos são resultados exclusivamente das conexões entre os pontos de células adjacentes do diagrama de Voronoi.

Figura 3. A: Conjunto de pontos que dá origem às conformações de malhas irregulares. B: Definição de um diagrama de Voronoi a partir do conjunto inicial de pontos. C: Triangulação de Delauney para o mesmo grupo de pontos. D: Sobreposição das duas organizações irregulares sob o mesmo conjunto de pontos.

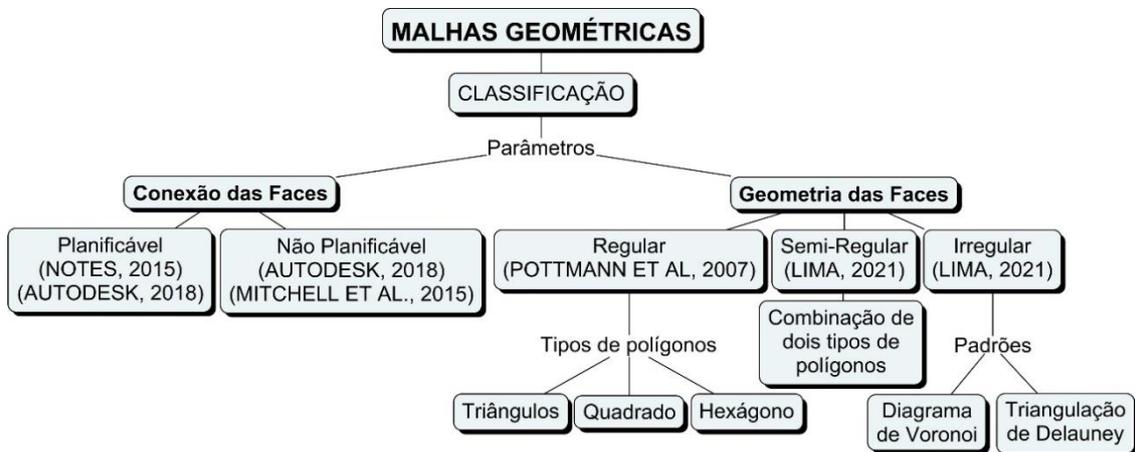


Fonte: Própria autoria (2022).

A Figura 4 sistematiza em um esquema visual a classificação das malhas a partir dos conceitos delimitados até o momento. Nele são apresentados dois parâmetros de classificação: a conexão das faces, relacionada com a topologia das malhas; e a

geometria das faces, referente aos tipos de polígonos que a compõe.

Figura 4. Classificações das malhas quanto à conexão e geometria das faces.



Fonte: Própria autoria (2022).

Aplicações das Malhas na Modelagem Digital e na Arquitetura

Antoni Gaudí tinha um amplo domínio das formas que adotava em suas obras, devido a seu profundo conhecimento matemático. Além disso, seu processo de projeto pode ser considerado pioneiro na abordagem paramétrica na arquitetura. O arquiteto dominava a geometria com excelência ao ponto de entender que a catenária (curvatura ideal de um arco que suporta apenas seu peso próprio, pois é gerada a partir de uma corda suspensa por suas extremidades), - quando invertida, seria capaz de trabalhar em compressão pura (LORENZI; FRANCAVIGLIA, 2010).

Nesse processo, a fim de criar, definir e aprimorar a forma que almejava para o projeto da Sagrada Família (trabalhou no projeto de 1883 até sua morte em 1926), o arquiteto construiu um modelo físico da catedral com o auxílio de malhas, estruturado por uma teia de cordas suspensas que deformavam a partir da força da gravidade. Além disso, o arquiteto controlava os parâmetros da geometria através de sacos com pesos variados pendurados nessa estrutura e com isso encontrava novas configurações geométricas que mantinham as propriedades estruturais das formas geradas.

Além de Gaudí, outro arquiteto conhecido por seus modelos em malhas é Frei Otto, que fundou o Instituto de Estruturas Leves de Stuttgart, Alemanha, em 1964. Seus modelos físicos também abordavam aplicação de forças para deformação da malha

como método de geração da forma, antes mesmo do advento da modelagem computacional. A partir do estudo de conformações geométricas das bolhas de sabão, o arquiteto se apoiava em maquetes em diferentes escalas como ferramenta de projeto, calculando esforços e dimensão dos elementos a partir de tais modelos (LIDDELL, 2015).

Com o avanço das tecnologias de representação e a transposição dos modelos físicos para os meios digitais, as malhas passam a ter um papel de destaque na modelagem e no contexto arquitetônico. Inicialmente foram utilizadas no setor industrial, mais especificamente o setor automobilístico, que manipulava chapas metálicas em formas curvas. Sua aplicação no projeto arquitetônico encontrava dificuldades, pois, além de serem difíceis de representar, a indústria da construção civil ainda não possuía mão de obra especializada para abordar tais geometrias complexas no canteiro de obras.

É apenas com F. Gehry que estas passam a ser introduzidas na arquitetura, devido a modelagem computacional. A equipe do arquiteto se apropria das malhas e da modelagem automobilística para modelar superfícies arquitetônicas por ser a tecnologia existente para a época, tanto em questões de representação como adaptação para tecnologias construtivas (POTTMANN; SCHIFTNER; WALLNET, 2008). Nesse contexto, as malhas apresentavam uma função bem definida na representação, eram elas são responsáveis pela conversão das geometrias complexas em formas elementares, ou seja, o modelo passa a ser manipulado a partir de polígonos triangulares para simplificar o processamento computacional (POTTMANN ET AL., 2007).

Uma das questões por trás das malhas no meio digital é a sua estrutura geométrica. Por ser composta por faces, arestas e vértices, a superfície poligonal baseia-se na conformação desses elementos de forma a criar um sistema organizacional para a geometria digital (FLEISCHMANN; AHLQUIST, 2009). Ou seja, a superfície poligonal não é apenas um conjunto de polígonos arbitrário, mas sim uma sequência ordenada desses polígonos, adotando uma mesma lógica na identificação de cada um de seus pontos, de maneira a identificar e diferenciar cada elemento do conjunto. Esse controle sobre a ordem das faces, arestas e pontos não tem um uso consciente por parte dos arquitetos, essa questão está presente como competência dos modeladores digitais e seu processamento na manipulação e controle dos elementos da malha.

Com a evolução das tecnologias digitais, juntamente com o desenvolvimento de novas técnicas construtivas, são manifestadas novas maneiras de representação de superfícies complexas junto à arquitetura. Conhecidas como “Non Uniform Rational Basis Spline” (NURBS), essas superfícies contínuas passam a ser exploradas na arquitetura contemporânea como uma alternativa na representação, já que são facilmente manipuladas mesmo sem a necessidade de conhecimento total da geometria da forma. Embora represente um avanço para os arquitetos este tipo de superfície, segundo Szalapaj (2005), ainda apresenta algumas barreiras na modelagem, já que a complexidade da curvatura pode gerar buracos ou lacunas indesejadas, além de que as operações digitais de composição não garantem que o resultado mantenha o mesmo tipo de geometria. O autor ainda destaca que esta liberdade formal, proporcionada por tais tipos de superfícies, pode levar a geometrias não desejadas, por isso considera a importância de os arquitetos estarem conscientes do que estão produzindo, ou seja, a estrutura da geometria arquitetônica.

A modelagem originada a partir de uma superfície contínua e posterior transformação em uma malha recebe o nome de tesselação (LIMA, 2021) e pode ter diversas justificativas: seja a compatibilidade construtiva, facilitar otimização estrutural ou puramente estética.

Os modelos representados a partir de malhas também permitem a manipulação dessa geometria na busca de formas otimizadas tanto visualmente (PAN ET AL., 2016) como estruturalmente (FLEISCHMANN; AHLQUIST, 2009). As malhas podem sofrer uma reestruturação e reorganização da sua estrutura (técnica denominada ‘remesh’) ou uma mudança no nível de subdivisão das faces (técnica denominada ‘subdivide’) com o intuito de se obter uma nova configuração de seus elementos para resolver e suavizar superfícies não convencionais (PAN ET AL., 2016).

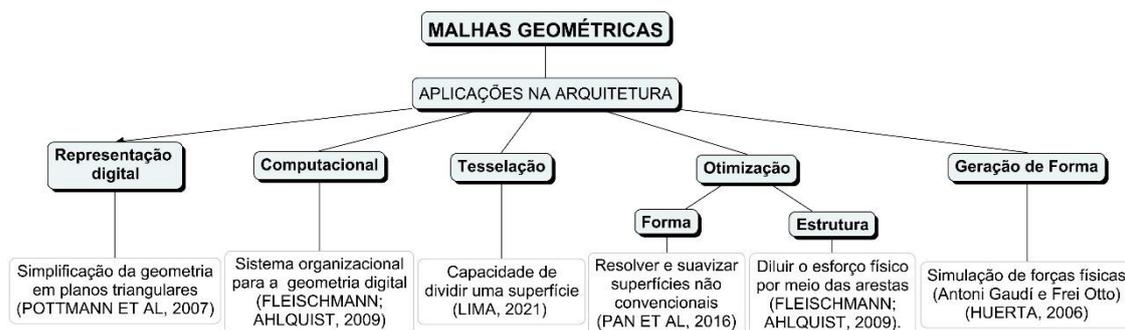
Por outro lado, essas modificações também ocorrem como solução estrutural do projeto. O uso das superfícies poligonais em questões estruturais, seja diretamente para a configuração da estrutura de uma obra ou para a simplificação de cálculos de transferência de forças, possibilita que os esforços físicos fiquem diluídos por meio das arestas e que haja a otimização da forma (FLEISCHMANN; AHLQUIST, 2009). Nesses casos, o Método de Elemento Finito (FEM) é um método de cálculo estrutural que transforma objetos em malhas com o intuito de viabilizar a análise e o cálculo das forças

atuantes, pois permite observar esforços em cada um dos elementos da malha (ALLISON, 2020). Sendo assim, a malha é usada para dividir um problema complexo em elementos pequenos, a partir de programas codificados com o algoritmo FEM.

Por fim, também é possível identificar o uso das malhas como solução na geração de formas arquitetônicas resultantes da aplicação de forças físicas. Conforme anteriormente descrito, um dos pioneiros na utilização deste método no processo projetual, por meio do desenho paramétrico em projetos analógicos, Gaudí, definia com as malhas um espaço de projeto em meio físico, caracterizado com técnicas de cálculo e simulação para a busca de formas complexas otimizadas (HUERTA, 2006).

No esquema visual da Figura 5 sistematizam-se as aplicações de malhas geométricas na arquitetura, como resultado da revisão de bibliografia.

Figura 5. Tipos de aplicações das malhas na arquitetura.



Fonte: Própria autoria (2022).

Uma Estruturação Prévia do Saber

Até o momento, foram identificados conceitos, teorias, técnicas e explicações das mesmas (discursos tecnológicos), que indicam uma estrutura prévia do saber envolvido na aplicação de malhas na arquitetura. Tal estrutura, por ser capaz de explicitar as relações entre os seus elementos, aproxima-se da própria maneira que o desenho paramétrico se desenvolve, além de oferecer elementos explícitos à prática projetual em arquitetura e sua representação por meios digitais.

Em continuidade a este trabalho, cada um dos conceitos apresentados e seus termos-chave serão ampliados a partir de saberes específicos que se destacam nesta

estrutura inicial e aqueles que abarcam a modelagem paramétrica de obras de arquitetura. Previamente foram identificados e selecionados os seguintes projetos de arquitetura como escopo da pesquisa:

- O pavilhão Shellstar (Figura 6 A) que possui uma estrutura resultante da aplicação de forças físicas (MATSYS, 2018) sobre uma malha. Este projeto foi estudado no segundo semestre de 2020 a partir da provocação junto à atividade final da disciplina Análise e Representação de Superfícies Complexas da Arquitetura Contemporânea, do Programa de Pós-Graduação em Arquitetura e Urbanismo (PROGRAU), da UFPel, cuja proposta visava ao estudo e representação de uma obra configurada com uma geometria em superfície mínima atuante em compressão e tendo princípios de estabilidade estrutural;
- O Estádio Olímpico de Munique (Figura 6 B), com uma estrutura que age inteiramente por esforços de tensão (BRITTO, 2012), suspensa por cabos de aço, sendo este um caso contrário à estrutura em compressão da Shellstar;
- A Biosfera de Montreal (Figura 6 C), projetada por Richard Buckminster Fuller, por sua importância histórica ao ser o primeiro projeto em malha construído com o conceito de geodésica (LANGDON, 2018);
- O Eden Project (Figura 6 D), por adotar uma malha hexagonal para simplificar e estruturar a forma (EDEN, 2021). Enquanto em Shellstar o processo se corresponde com o método manual de cordas e pesos de Gaudí, Eden Project é o equivalente digital para o método de bolhas de sabão de Frei Otto (EDEN, 2021);
- A cobertura do Museu Britânico (Figura 6 E), em que a malha é definida posteriormente no projeto, pois primeiro é gerada a forma e na sequência ela é aplicada sobre a superfície anteriormente criada, buscando-se a otimização da estrutura (BURRY; BURRY, 2010);
- Uma obra com malha configurada por diagrama de Voronoi, por este oferecer um caráter inovativo de projeto e se estabelecer como uma evolução das malhas regulares (PIETRONI ET AL., 2014). O projeto do Centro Aquático Nacional de Pequim (Water Cube, Figura 6 F) tem sua origem em uma malha poliédrica, assumindo um volume, com a intenção de preencher o espaço uniformemente (BURRY e BURRY,

Estudos em Ciências Humanas e Sociais no Brasil: Produções Multidisciplinares no Século XXI

2010) em um diagrama de Voronoi tridimensional.

Figura 6. 6.a Shellstar. 6.b Estádio Olímpico de Munique. 6.c Biosfera de Montreal. 6.d Eden Project. 6.e Cobertura do Museu Britânico de Londres. 6.f Watercube.



Fonte A: <<https://www.matsys.design/shellstar-pavilion>>. Acesso em: 21 de set. 2021. Fonte B: <<https://structurae.net/en/media/179177-roof-over-the-buildings-of-the-olympic-park-munich-olympic-stadium>>. Acesso em: 21 de set. 2021. Fonte C: <<https://www.archdaily.com.br/br/796023/classicos-da-arquitetura-biosfera-de-montreal-buckminster-fuller>>. Acesso em: 21 de set. 2021. Fonte D: <<https://www.edenproject.com/mission/about-our-mission/architecture>>. Acesso em: 21 de set. 2021. Fonte E: <https://www.flickr.com/photos/paul_clarke/15862806015>. Acesso em: 21 de set. 2021. Fonte F: <<https://www.architravel.com/project/beijing-national-aquatics-centre-water-cube/>>. Acesso em: 21 de set. 2021.

Na sequência, buscou-se caracterizar cada uma das obras a partir dos conceitos e propriedades identificados e apresentados anteriormente na revisão. A Tabela 1 traz a classificação da geometria das faces das malhas de cada um dos projetos.

Tabela 1. Identificação das geometrias presentes nas faces das malhas em projetos de arquitetura.

Análise dos projetos quanto a geometria das faces						
						
	Shellstar	Estádio Olímpico de Munique	Biosfera de Montreal	Eden Project	Cobertura do Museu Britânico	WaterCube
Geometria das Faces						
Regular	Triângulo					
	Quadrado					
	Hexágono					
Semi Regular						
Irregular	Diag. de Voronoi					
	Triang. de Delauney					

Fonte: Própria autoria (2022). Imagens: <https://www.matsys.design/shellstar-pavilion#0>; <https://www.archdaily.com.br/br/01-34759/estadio-olimpico-de-munich-frei-otto-e-gunther-behnisch>; <https://www.archdaily.com.br/br/796023/classicos-da-arquitetura-biosfera-de-montreal-buckminster-fuller>; <https://www.edenproject.com/mission/about-our-mission/architecture>; <https://www.fosterandpartners.com/projects/great-court-at-the-british-museum/>; <https://www.architravel.com/project/beijing-national-aquatics-centre-water-cube/>

O primeiro projeto, Shellstar, se caracteriza por apresentar uma malha com faces predominantemente hexagonal (MATSYS, 2018). Segundo Blanco (2022), a membrana que cobre o Estádio Olímpico de Munique é de acrílico, constituída de elementos quadrados de 75x75cm. A Biosfera de Fuller é caracterizada por ter origem no icosaedro, mas devido a fragmentação de suas faces em triângulos equiláteros, sua forma poliédrica passa a ser percebida como curva, remetendo a imagem da esfera (LANGDON, 2018). Já o Eden Project, apresenta uma malha hexagonal, mas que possui um pentágono ímpar para fechamento no topo (EDEN, 2021). A cobertura do Museu Britânico é construída como um conjunto de triângulos distintos, porém estes não são iguais, tendo configurações distintas obtida através de processos de relaxamento e otimização da malha (BURRY; BURRY, 2010). E, por fim, o Water Cube que tem sua fachada marcada por uma malha tridimensional irregular, definida por intermédio da aplicação do diagrama de Voronoi (MICOOGULLARI, 2018).

A Biosfera de Montreal e o Eden Project apresentam duas camadas de malhas, com geometrias distintas. Enquanto a Biosfera de Fuller conta com faces triangulares na parte externa, sua malha interna apresenta uma estrutura hexagonal (BOAKE, 2008). Em contrapartida, Eden Project apresenta as formas em ordem inversas, suas faces externas são hexagonais e a estrutura interna é uma combinação de triângulos e hexágonos (EDEN, 2021). Além dessa classificação inicial quanto à geometria das faces, foram identificadas as principais justificativas do emprego de malhas nesses projetos a partir da análise de discurso dos responsáveis.

Apesar de se ter identificado um conjunto de conceitos e aplicações que são mais significativos em cada um dos projetos, estes acabam sendo definidos por uma combinação de tais conceitos. Inicialmente os discursos apresentam uma das aplicações em destaque na obra, mas ao longo das análises se observa a presença das demais, a partir de justificativas que estão implicitamente associadas a tais aplicações. Com isso, ao sistematizar a classificação das malhas nos projetos (Tabela 2), reúne-se o conjunto de aplicações que englobam o projeto. Tais resultados, apesar de avançarem em relação ao discurso explicitado pelos responsáveis dos projetos, são resultados ainda introdutórios da estrutura de saber, mas que já foram identificados relativamente às definições das formas envolvidas em cada obra.

Tabela 2. Identificação das aplicações das malhas em projetos de arquitetura.

Análise dos projetos quanto a função das malhas						
						
	Shellstar	Estádio Olímpico de Munique	Biosfera de Montreal	Eden Project	Cobertura do Museu Britânico	WaterCube
Aplicações						
Representação Digital						
Computacional						
Tesselação						
Otimização da Forma						
Otimização Estrutural						
Geração da Forma						

Fonte: Própria autoria (2022).

Conforme explicitado na Tabela 2, a malha como representação digital, para a simplificação da geometria, é aplicada nos projetos Eden Project e na cobertura do Museu Britânico. Esses dois projetos estão configurados por geometrias curvas: O Eden Project uma superfície mínima (Carmo, 1987) identificada em bolhas de sabão por Frei Otto (EDEN, 2021); e a cobertura do Museu Britânico, uma superfície originada a partir funções matemáticas (BURRY; BURRY, 2010) e que dão origem a superfícies contínuas, mas que são especificadas em diversos elementos menores para a modelagem e desenvolvimento do projeto.

Em relação à função computacional, Shellstar e a cobertura do Museu Britânico apoiam-se nas malhas como um sistema de organização a partir da sistematização de cada um de seus elementos. Isso para que ambas as malhas de tais projetos possuam as faces como elementos únicos, sem repetição e sobreposição de polígonos, que precisam assumir sua posição exata para compor a superfície (MATSYS, 2018; BURRY; BURRY, 2010).

A tesselação está presente em três obras analisadas, a Biosfera de Montreal, o Eden Project e a cobertura do Museu Britânico. Esses projetos têm suas formas obtidas, respectivamente, a partir: do sólido icosaedro (LANGDON, 2018); de estudos em bolhas de sabão (EDEN, 2021); e de funções matemáticas (BURRY; BURRY, 2010). O que define a tesselação nesse processo é a projeção, em uma superfície plana, das curvas resultantes da divisão da superfície, mapeando tais curvas para segmentos retos contidos

em tal plano, que se conectam com os vértices de tais curvas. Com isso, a geometria que conceitualmente é contínua se torna exequível na construção civil (LIMA, 2021), pois se apresenta por meio de polígonos.

A otimização da forma é realizada por meio da manipulação das malhas, aplicação de técnicas para reorganizar seus elementos e conseqüentemente para mudar o comportamento das faces da malha, resultando em alterações visuais do modelo (ZAVATTIERI; DARI; BUSCAGLIA, 1996). Na Shellstar e na Biosfera foram utilizadas técnicas de refinamento da malha, por meio do incremento na quantidade de faces (MATSYS, 2018; LANGDON, 2018), com o intuito de uma maior aproximação à conformação de uma forma curva. Já na cobertura do Museu Britânico, além do controle da quantidade de faces, a posição dos pontos é ajustada para alcançar uma suavização do conjunto de faces (BURRY; BURRY, 2010), ou seja, a continuidade da superfície.

Em Shellstar são resolvidas questões estruturais a partir da otimização da malha (MATSYS, 2018). No estádio Olímpico de Munique a estrutura é consequência de esforços de tensão aplicados à superfície, obtendo-se como resultado uma malha ondulada (BRITTO, 2012). No Water Cube, a malha tem origem no diagrama de Voronoi (BURRY; BURRY, 2010), o qual apresenta uma otimização estrutural que tem relação com padrões geométricos de estruturas encontradas na natureza (POTTMANN ET AL., 2007).

Em relação ao emprego das malhas para a geração da forma, existe uma recorrência de técnicas de simulação da atuação de forças físicas, como em Shellstar, que apresenta a contrapartida digital do processo de Gaudí com o uso da força da gravidade (MATSYS, 2018) e no Estádio Olímpico de Munique, em que a forma final da edificação é resultado da aplicação de forças por tracionamento da malha (BRITTO, 2012).

Essa revisão inicial possibilitou identificar que as obras selecionadas estão caracterizadas pelas diferentes aplicações já reconhecidas, podendo também estarem caracterizadas por outras que venham a ser identificadas. Neste artigo estão reunidos os usos identificados durante a seleção das obras, as quais serão estudadas em maior profundidade na sequência deste estudo. A abordagem realizada nesse trabalho visa

reforçar a importância da estruturação do saber para a adoção do desenho paramétrico na arquitetura, a partir da explicitação das relações e conexões da geometria nesse processo de projeto e de modelagem. Para isso, configura uma primeira abordagem sobre as malhas em projetos paramétricos, a partir de uma estrutura de saber que subsidia a compreensão da complexidade de tal geometria e de sua modelagem. Embora ainda não seja um material didático capaz de diretamente capacitar os estudantes a desenvolverem projetos a partir do desenho paramétrico, traz elementos que possibilitam a introdução gradativa dos conceitos geométricos necessários para tal abordagem.

Com isso, entende-se que é possível promover uma aproximação dos estudantes ao vocabulário geométrico necessário para lidar com geometrias complexas da arquitetura contemporânea e com o projeto paramétrico subjacente a estas. A partir do uso da programação visual, juntamente com uma estrutura de saber que introduza os principais conceitos geométricos aos estudantes, espera-se contribuir com a formação de novos arquitetos capacitados para a prática profissional a partir do desenho paramétrico.

CONCLUSÃO

O momento em que esse estudo está sendo desenvolvido, em meio a pandemia do Coronavírus, em que cursos de graduação ainda se encontram sob o modelo remoto de ensino, amplia-se a necessidade de estruturação de materiais didáticos de qualidade, que permitam um aprendizado autônomo dos estudantes. A abordagem adotada neste trabalho, de estruturação do saber como subsídio à elaboração de momentos e materiais didáticos, pode ser empregada em qualquer modalidade de ensino.

Preparar os estudantes para estarem cada vez mais capacitados para as novas tecnologias exige também um avanço nos materiais didáticos que suportam o ensino principalmente quando se tratam de saberes ainda não reconhecidos no contexto didático. Uma vez que a base do projeto paramétrico está na geometria, promover o conhecimento desta associando-a a outras estruturas relacionadas, amplia as possibilidades de os estudantes explorarem as tecnologias digitais de representação na elaboração de seus projetos. Dessa maneira, faz-se indispensável a contribuição de novos materiais didáticos que abordem o saber da geometria como suporte ao curso de arquitetura.

O estudo desenvolvido está aberto a ampliações e configura uma parte da estrutura de saber, a qual se constitui como base para avançar no conhecimento geométrico e arquitetônico.

Como continuidade desse trabalho, tem-se ainda a identificação das propriedades estruturais das malhas, dessa maneira, se buscará compreender sua natureza construtiva pelo viés geométrico. E, como as estruturas do saber aqui apresentadas são objetos em constante revisão, sujeitos a ampliação ou reestruturação à medida que novos conceitos são abordados, pode-se supor que algumas propriedades estruturais estarão relacionadas com as geometrias das faces, não somente pelo tipo de polígono em si, como acontece com a estabilidade das formas triangulares, mas pelas propriedades das conexões presentes nos seus vértices.

REFERÊNCIAS

ALLISON, Chloe. Meshing in FEA: Introduction to meshing. Onscale, 2020. Disponível em: <https://onscale.com/blog/meshing-in-fea-introduction-to-meshing/>. Acesso em: 12 jan. 2022.

ALMEIDA, Marcela; NOGUEIRA, Yasmin. Parametricism as style: the relationship between methodology of scientific research programmes and parametric design. p. 17-22 . In: . São Paulo: Blucher, 2018. ISSN 2318-6968, DOI 10.5151/sigradi2018-1300

AUTODESK. Two-manifold and non-manifold polygonal geometry. Autodesk, 2018. Disponível em: <https://knowledge.autodesk.com/support/maya/learn-explore/caas/CloudHelp/cloudhelp/2018/ENU/Maya-Modeling/files/GUID-8E97CEF7-1CFE-4838-B4B7-59F526E21AB2-htm.html>. Acesso em: 27 dez. 2021.

BLANCO, Guillermo Luciano Carone. WikiArquitectura. Barcelona, s.d.. Disponível em: <https://en.wikiarquitectura.com/building/munich-olympic-stadium/>. Acesso em: 2 fev. 2022.

BRITANNICA, The Editors of Encyclopaedia. "manifold". Encyclopedia Britannica, 2010. Disponível em: <https://www.britannica.com/science/manifold>>. Acesso em: 10 fev. 2022.

BRITTO, Fernanda. Estádio Olímpico de Munique / Frei Otto & Gunther Behnisch. ArchDaily Brasil. 25 Fev 2012. Disponível em: <https://www.archdaily.com.br/br/01-34759/estadio-olimpico-de-munique-frei-otto-e-gunther-behnisch>>. Acessado em: 20 de set. de 2021. ISSN 0719-8906

Estudos em Ciências Humanas e Sociais no Brasil: Produções Multidisciplinares no Século XXI

BOAKE, Terri. Biosphere, U.S. Pavilion, Expo 67. Terri Meyer Boake BES BArch MArch LEED AP. 2008. Disponível em: <https://www.tboake.com/expo67.html>. Acesso em: 25 jan. 2022.

BURRY, Jane; BURRY, Mark. The new mathematics of architecture. Thames & Hudson. 2010

CARMO, M. P. Superfícies Mínimas. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada – IMPA, 1987.

CELANI, G; BARBOSA NETO, W; FRANCO, J. M. S. Do projeto à fabricação. Entrevista com Peter Mehrrens. In: CELANI, M. G. C.; SEDREZ, M (Organizadores). Arquitetura contemporânea e automação: prática e reflexão. São Paulo: ProBooks, 2018. p. 182-188.

CHEVALLARD, Y. El Análisis de las Prácticas Docentes en la Teoría Antropológica de Lo Didáctico. Recherches en Didactique de Mathématiques, Grenoble, Vol. 19, nº 2, pp. 221-266, 1999.

EDEN Project. Eden Project, 2021. Architecture. Disponível em: <https://www.edenproject.com/mission/about-our-mission/architecture/>. Acesso em: 20 de set. de 2021.

FIRBY, Peter; GARDINER, Cyril. *Surface Topology*. 3. ed. rev. [S. l.]: Woodhead Publishing, 2001. 270 p. ISBN 1898563772.

FLEISCHMANN, Moritz; AHLQUIST, Sean. Cylindrical Mesh Morphologies: Study of Computational Meshes based on Parameters of Force, Material, and Space for the Design of Tension-Active Structures. Computation: The New Realm of Architectural Design [27th eCAADe Conference Proceedings / ISBN 978-0-9541183-8-9] Istanbul (Turkey) 16-19 September 2009, pp. 39-46, 2009.

GANGL, Diego. What is a non-manifold mesh and how to fix it. Sinestesia, 2020. Disponível em: <https://sinestesia.co>. Acesso em: 10 fev. 2022.

GERHARDT, T. E. SILVEIRA, D. T. Orgs. Métodos de pesquisa. Coordenado pela Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS e pelo Curso de Graduação Tecnológica - Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS. – Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

HERNANDEZ, Carlos Roberto. Parametric Gaudi. SIGraDi 2004 - [Proceedings of the 8th Iberoamerican Congress of Digital Graphics]. Porte Alegre, Brasil, 2004.

HUERTA, S. Structural Design in the Work of Gaudi. Architectural Science Review. V.

49.4, pp. 324-339, 2006.

JABI, Wassim; SOE, Shwe; THEOBALD, Peter; AISH, Robert; LANNON, Simon. Enhancing parametric design through non manifold topology. *Design Studies*, v. 52, 2017, p. 96-114, ISSN 0142-694X, <https://doi.org/10.1016/j.destud.2017.04.003>

KINYUA, Kande Dickson. An Introduction to Differentiable Manifolds. *Mathematics Letters*. v. 2, n. 5, 2016, pp. 32-35. doi: 10.11648/j.ml.20160205.11

KOLAREVIC, Branko. *Architecture in the Digital Age: Design and Manufacturing*. New York: Taylor & Francis, 2005. 320 p. ISBN 0-415-27820-1.

LANGDON, David. AD Classics: Montreal Biosphere / Buckminster Fuller. *ArchDaily*. 07 Oct 2018. Disponível em: <<https://www.archdaily.com/572135/ad-classics-montreal-biosphere-buckminster-fuller>>. Acessado em: 20 de set. de 2021. ISSN 0719-8884

LEE, John M. *Introduction to Topological Manifolds*. (Graduate Texts in Mathematics: 202). 2. ed. [S. l.]: Springer, 2010. 433 p. ISBN 1441979395.

LIDDELL, Ian. Frei Otto and the development of gridshells. *Case Studies in Structural Engineering*, v. 4, 2015, pp. 39-49, ISSN 2214-3998, DOI: 10.1016/j.csse.2015.08.001.

LIMA, Fabio. A PRÁTICA DA TESSELAÇÃO: RACIONALIZAÇÃO CONSTRUTIVA DE PAINÉIS ARQUITETÔNICOS COMPLEXOS. *Arquitetura Revista*, [S. l.], v. 17, n. 1, pp. 01–16, 2021. DOI: 10.4013/arq.2021.171.01.

LORENZI, Marcella; FRANCAVIGLIA, Mauro. Art & Mathematics in Antoni Gaudi's architecture: "La Sagrada Família". In: *Aplimat – Journal of Applied Mathematics*, v. 3, n. 1, 2010, p. 125–145

LUO, Feng. Rigidity of polyhedral surfaces. *Journal of Differential Geometry*, Lehigh University, v. 96, n. 2, p. 241-302. 2014. DOI 10.4310/jdg/1393424919.

MATSYS. Shellstar Pavilion. 2018. Disponível em: <https://www.matsys.design/shellstar-pavilion>. Acesso em: 23 dez. 2020.

MICOOGULLARI, Hena. PARAMETRIC FACADE: BEIJING WATER CUBE. In: *Institute of Advanced Architecture of Catalonia*. [S. l.], 31 out. 2018. Disponível em: www.iaacblog.com/programs/parametric-facade-beijing-water-cube/. Acesso em: 2 fev. 2022.

MITCHELL, N.; AANJANEYA, M.; SETALURI, R.; SIFAKIS, E. Non-manifold level sets. *ACM Transactions on Graphics*, 34(6), 1–9. 2015. doi:10.1145/2816795.2818100

NOTES on polygon meshes. The Department of Computer Science at the University of

Estudos em Ciências Humanas e Sociais no Brasil: Produções Multidisciplinares no Século XXI

Chicago, 2015. Disponível em: <https://www.classes.cs.uchicago.edu/archive/2015/fall/23700-1/docs/mesh-notes.pdf>. Acesso em: 10 jan. 2022.

PAN, Qing; XU, Guoliang; XU, Gang; ZHANG, Yongjie. Isogeometric analysis based on extended Catmull–Clark subdivision. *Computers & Mathematics with Applications*, v.71, ed. 1, 2016, p. 105-119, ISSN 0898-1221, doi: 10.1016/j.camwa.2015.11.012.

PIETRONI, Nico, TONELLI, Davide, PUPPO, Enrico, FROLI, Maurizio, SCOPIGNO, Roberto, CIGNONI, Paolo. Voronoi Grid-Shell Structures. arXiv:1408.6591, v. 1, pp. 1–10, 2014. <http://arxiv.org/abs/1408.6591>

PIRES, Janice de Freitas; SILVA, Adriane Borda Almeida da. INSERÇÃO DA REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DIGITAL EM ESTÁGIOS INICIAIS DA PRÁTICA PROJETUAL DE ARQUITETURA. *Revista Educação Gráfica*, v. 16, pp. 72-87, 2012.

PIRES, Janice de Freitas; FELIX, Luisa Dalla Vecchia ; SILVA, Adriane Borda Almeida da . TECNOLOGIAS DE REPRESENTAÇÃO E GEOMETRIA DESCRITIVA: REFLEXÕES SOBRE UM REPERTÓRIO DOCENTE DIRIGIDO À ARQUITETURA. *Revista Educação Gráfica*, v. 20, pp. 212-231, 2016.

PIRES, J. F.; PEREIRA, A. T. C.; GONÇALVES, A. Taxonomias de geometria da arquitetura contemporânea: uma abordagem didática ao ensino da modelagem paramétrica na arquitetura. *Gestão e Tecnologia de Projetos, São Carlos*, v. 12, n. 3, p. 27-46 2017. <http://dx.doi.org/10.11606/gtp.v12i3.133954>

POTTMANN, Helmut; ASPERL, Andreas; HOFER, Michael; KILIAN, Axel. *Architectural Geometry*. 1. ed. Exton, Pa: Bentley Institute Press, 2007. 744 p. ISBN 978-0-934493-04-5.

POTTMANN, H.; SCHIFTNER, A.; WALLNET, J. Geometry of architectural freeform structures. *Proceedings of the 2008 ACM Symposium on Solid and Physical Modeling - SPM '08*, 209, 15–28. 2008. <https://doi.org/10.1145/1364901.1364903>

ROWLAND, Todd. Manifold. In: WEISSTEIN, Eric W. *Wolfram MathWorld: the web's most extensive mathematics resource*. [S. l.], 2022. Disponível em: <https://mathworld.wolfram.com/Manifold.html>. Acesso em: 2 fev. 2022.

SHIMADA, Kenji; GOSSARD, David. Automatic triangular mesh generation of trimmed parametric surfaces for finite element analysis. *Computer Aided Geometric Design*, v.15, ed.3, 199–222. 1998. [https://doi.org/10.1016/S0167-8396\(97\)00037-X](https://doi.org/10.1016/S0167-8396(97)00037-X)

SILVA, Adriane Borda Almeida da; PIRES, Janice de Freitas ; VASCONSELOS, Tássia; NUNES, Cristiane. TRAJETÓRIAS DE APRENDIZAGEM EM

REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DIGITAL. Revista Educação Gráfica, v. 16, p. 5-22, 2012.

SZALAPAJ, P. The Digital Design Process in Contemporary Architectural Practice. Digital Design: The Quest for New Paradigms [23rd eCAADe Conference Proceedings / ISBN 0-9541183-3-2] Lisbon (Portugal) 21-24 September 2005, pp. 751-759.

ZAVATTIERI Pablo, DARI Enzo, BUSCAGLIA Gustavo. Optimization strategies in unstructured mesh generation. International Journal for Numerical Methods in Engineering, v. 39, p. 2055 –2071, 1996.