

Научная статья
УДК 004.942, 62-97/-98
doi:10.37614/2949-1215.2023.14.7.011

НАЧАЛЬНЫЙ ЭТАП РАЗРАБОТКИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ МАГНИТНО-ГРАВИТАЦИОННОЙ СЕПАРАЦИИ В РЕЖИМЕ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ

Андрей Григорьевич Олейник^{1✉}, Валерий Валентинович Бирюков², Роман Михайлович Никитин³

¹Институт информатики и математического моделирования имени В. А. Путилова
Кольского научного центра Российской академии наук, Апатиты, Россия

^{2,3}Горный институт Кольского научного центра Российской академии наук, Апатиты, Россия

¹a.oleynik@ksc.ru, <http://orcid.org/0000-0002-7612-5999>

²birukovval@rambler.ru, <https://orcid.org/0000-0002-0495-2928>

³remnik@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-9692-0383>

Аннотация

В статье представлен начальный этап разработки математической модели, предназначенной для управления в режиме реального времени обогащением магнетитовых руд в магнитно-гравитационных сепараторах. Основным требованием, предъявляемым к ней, является существенно более низкая вычислительная сложность в сравнении с моделями, использующими инструменты вычислительной гидродинамики. В исследовании используется физическое моделирование и применяются хорошо известные в гидродинамике критерии подобия. В результате обработки данных лабораторных экспериментов установлена структура модели, получены значения ее параметров для предельных случаев и определены направления дальнейших исследований по ее совершенствованию.

Ключевые слова:

математическая модель, магнитно-гравитационная сепарация, лабораторный эксперимент, критерий подобия

Благодарности:

работа выполнена в рамках государственных заданий Института информатики и математического моделирования имени В. А. Путилова Кольского научного центра Российской академии наук («Разработка теоретических и организационно-технических основ информационной поддержки управления жизнеспособностью региональных критических инфраструктур Арктической зоны Российской Федерации», рег. № 122022800547-3) и Горного института Кольского научного центра Российской академии наук («Развитие физических, физико-химических и цифровых основ разработки и промышленной адаптации эффективных технологий обогащения различных видов минерального сырья», рег. № 122022800638-8).

Для цитирования:

Олейник А. Г., Бирюков В. В., Никитин Р. Н. Начальный этап разработки математической модели для управления процессом магнитно-гравитационной сепарации в режиме реального времени // Труды Кольского научного центра РАН. Серия: Технические науки. 2023. Т. 14, № 7. С. 102–111. doi:10.37614/2949-1215.2023.14.7.011.

Original article

INITIAL STAGE OF A MATHEMATICAL MODEL DEVELOPMENT FOR REAL-TIME CONTROL OF MAGNETIC-GRAVITATIONAL SEPARATION

Andrey G. Oleynik^{1✉}, Valeri V. Birukov², Roman N. Nikitin³

¹Putilov Institute for Informatics and Mathematical Modeling of the Kola Science Centre
of the Russian Academy of Sciences, Apatity, Russia

^{2,3}Mining Institute of the Kola Science Centre of the Russian Academy of Sciences, Apatity, Russia

¹a.oleynik@ksc.ru, <http://orcid.org/0000-0002-7612-5999>

²birukovval@rambler.ru, <https://orcid.org/0000-0002-0495-2928>

³remnik@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-9692-0383>

Abstract

The initial stage of the mathematical model development designed to control in real time the enrichment of magnetite ores in magnetic gravity separators is presented the article. A significantly lower computational complexity in comparison with models using computational fluid dynamics tools is a main requirement for the created model. The study uses physical modeling and applies similarity criteria which well-known in hydrodynamics. As a result of processing of the laboratory experiments data, the structure of the model was established, the values of its parameters for boundary cases were obtained and the directions of further research on improving the model were determined.

Keywords:

mathematical model, magnetic-gravitational separation, laboratory experiment, similarity criterion

Acknowledgments:

the study was carried out within the framework of the state research programs of Putilov Institute for Informatics and Mathematical Modeling of the Kola Science Centre of the Russian Academy of Sciences (“Development of theoretical, organizational and technical foundations of information support for managing the resilience of regional critical infrastructures in the Arctic zone of the Russian Federation”, № 122022800547-3) and the Mining Institute of the Kola Science Centre of the Russian Academy of Sciences (“Advancement of physical, physicochemical and digital foundations for the development and industrial adaptation of effective technologies for the enrichment of various types of mineral raw materials”, No 122022800638-8).

For citation:

Oleynik A. G., Birukov V. V., Nikitin R. N. Initial stage of a mathematical model development for real-time control of magnetic-gravitational separation // Transactions of the Kola Science Centre of RAS. Series: Engineering Sciences. 2023. Vol. 14, No. 7. P. 102–111. doi:10.37614/2949-1215.2023.14.7.011.

Введение

Предприятия по добыче и первичной переработке минеральных полезных ископаемых являются одними из важнейших элементов социально-экономических систем ряда регионов Арктической зоны Российской Федерации. Их успешное и устойчивое функционирование во многом связано с обеспечением жизнеспособности региональных подсистем и критических инфраструктур. Внедрение средств эффективного автоматизированного управления реализуемых на этих предприятиях технологических процессов способствует не только поддержанию конкурентоспособности предприятий, но и снижению оказываемой ими «экологической нагрузки». Основой работы систем автоматизированного управления технологическими процессами является математическая модель, описывающая зависимость характеристик продукта с параметрами процесса. Создание такой модели, алгоритмов и технических средств ее реализации, как правило, является результатом совместных исследований и разработок специалистов нескольких предметных областей. В настоящей работе представлен начальный этап исследований по созданию модели для управления процессом разделения компонентов ферромагнитных суспензий в магнитно-гравитационных сепараторах, используемых на предприятиях по обогащению магнетитовых руд.

Магнитно-гравитационная (МГ) сепарация является эффективным методом производства магнетитовых концентратов. В аппаратах, реализующих данный метод сепарации компонентов минерального сырья, используется гравитационное осаждение частиц суспензии в стесненных условиях с их разделением по контрастным свойствам (прежде всего плотности и магнитной восприимчивости) в магнитно-стабилизированном ожиженном слое [1]. Большой вклад в изучение закономерностей этих разделительных процессов, разработку конструкций МГ-сепараторов и методик управления протекающими в них разделительными процессами внесли исследования ученых Горного института Кольского научного центра РАН, в том числе в сотрудничестве с представителями обогатительных предприятий [1–3]. Качественно новые результаты в данной области позволяют получить использование современных инструментов компьютерного моделирования [4, 5]. Применение методов и инструментов вычислительной гидродинамики (*computational fluid dynamics-CFD*), в частности *Ansys Fluent* [6], позволили создать и исследовать детальные модели течений многофазных сред, обеспечивающие вычисление параметров распределения давлений, скоростей, концентраций и температур в задаваемых объемах технологического оборудования [7–9]. В работе [8] предложен вариант модели МГ-сепаратора, состоящей из набора связанных однонаправленными потоками блоков. Каждый блок представляет собой завершенную модель определенного процесса в аппарате. Детально в работе рассмотрен формальный аппарат одного из блоков — модели формирования ожиженного слоя частиц суспензии в МГ-сепараторе с использованием уравнений быстрого агрегирования Смолуховского. Однако работа с такими моделями требует больших вычислительных и временных ресурсов, что позволяет их использовать в научных исследованиях, но не дает возможность применять их (по крайней мере пока) в практике управления технологическими процессами в реальном времени.

Для практического применения необходимы модели, позволяющие в реальном времени технологического процесса получать оценки как характеристик продуктов сепарации, так и необходимых управляющих воздействий на параметры процесса с целью обеспечения необходимых характеристик

продуктов. Авторами настоящей работы для создания обладающей невысокой вычислительной сложностью модели, прогнозирующей порозность и высоту ожиженного слоя в МГ-сепараторе, предлагается использовать модифицированную формулу Годеса.

Цель исследования и организация экспериментов

Целью исследования является оценка влияния управляющих параметров технологического процесса разделения компонентов ферромагнитной суспензии на динамику изменения состояния сформированного в аппарате ожиженного слоя.

В исследовании применен метод физического подобия, основанный на модели аппарата, имеющей ту же физическую природу, что и изучаемый объект. Подобие между реальным явлением и его физической моделью обеспечивается использованием коэффициентов (или критериев) подобия — безразмерных числовых значений, зависящих от параметров исследуемого явления. Эта зависимость может быть простой (тривиальной), как, например, при геометрическом подобии, так и довольно сложной. То есть, объекты или явления могут считаться подобными, если они могут быть описаны одной и той же математической моделью, а значения характеризующих их переменных связаны между собой коэффициентами подобия. Впервые инструмент физического моделирования, основанный на критериальном подходе, был предложен еще в начале XX в. Н. А. Морозовым [10] и нашел широкое применение и дальнейшее развитие как в нашей стране, так и за рубежом [11, 12].

Представленные в настоящей работе исследования проводились с использованием лабораторного аппарата цилиндрической формы (диаметр — 0,07 м, высота — 0,4 м). Цилиндр окружен соленоидом, позволяющим создавать в его объеме вертикальное осесимметричное магнитное поле, воздействие которого приводит к формированию стабилизированного ожиженного слоя (*MSFB — Magnetically Stabilized Fluidized Bed*). В качестве управляющих параметров рассматривались скорость восходящего потока ожижающей жидкости (промывной воды, подаваемой в нижнюю часть аппарата) и напряженность создаваемого соленоидом магнитного поля.

На начальном этапе в качестве объектов исследования отдельно использовались частицы ферромагнитного магнетита и диамагнитного кварца трех различных узких классов крупности. Данные для разработки математической модели были получены в результате проведения двух серий лабораторных экспериментов. Исходная высота слоя частиц во всех экспериментах была одинаковой и составляла 0,053 м

Первая серия экспериментов была направлена на определение влияния изменения скорости восходящего потока жидкости с фиксированной температурой на изменение высоты ожиженных слоев кварцевых и магнетитовых частиц. Температура промывной жидкости также является значимой характеристикой процесса, т. к. она влияет на динамическую вязкость среды. С математическим описанием процессов, которые имеют место при прохождении восходящего потока газа или жидкости через пористый слой твердых частиц, можно ознакомиться в целом ряде работ различных авторов [13, 14]. Подаваемая снизу в лабораторный аппарат жидкость фильтруется через зернистый слой частиц крупности d_p , имеющий начальную высоту h_0 и порозность ε_0 . При этом зернистый слой оказывает гидродинамическое сопротивление движению фильтрующейся сквозь него жидкости. Скорость жидкости, отнесенная к полному сечению аппарата, называется фиктивной скоростью. При постепенном ее увеличении растет сила гидродинамического сопротивления слоя и перепад давления между его верхней и нижней частями. При достижении скоростью жидкости v определенной величины зернистый слой переходит в состояние ожижения, что характеризуется началом хаотического движения частиц слоя. Эта скорость $v_{кр}$ называется первой критической скоростью.

При достижении восходящим потоком жидкости первой критической скорости $v = v_{кр}$ перепад давления становится равным весу слоя, который, в свою очередь, равен разности суммарной силы тяжести входящих в него частиц и действующей на них силы Архимеда. Вследствие этого слой частиц оказывается подвешенным в потоке. Такое состояние называется состоянием ожижения слоя или кипящим слоем. При дальнейшем увеличении фиктивной скорости жидкости ($v > v_{кр}$) наблюдается увеличение высоты слоя ($h > h_0$) за счет увеличения его порозности ($\varepsilon > \varepsilon_0$). При этом скорость

фльтрации жидкости между частицами в слое не меняется ($v = \text{const}$). В рамках проводимых экспериментов увеличение фиктивной скорости ограничено возможным расширением ожиженного слоя в пределах высоты корпуса аппарата.

Во второй серии экспериментов исследовалось совместное влияние двух управляющих параметров — скорости жидкости и напряженности накладываемого магнитного поля. Наложение магнитного поля на ожиженный слой приводит к агрегированию ферромагнитных частиц [4]. При этом ни гравитационная, ни архимедова силы, действующие на слой, не изменяются, следовательно, остаются постоянными перепад давления в слое и его гидродинамическое сопротивление. Однако изменение режима обтекания частиц при их агрегировании приводит к изменению высоты слоя. Агрегаты частиц выглядят как цепочки, выстроенные по направлению силовых линий магнитного поля и продольно обтекаемые водой. Воздействие магнитного поля приводит к изменению коэффициента гидродинамического сопротивления ферромагнитных частиц. В реальном МГ-сепараторе присутствуют сростки магнетита с кварцем, обладающие разной магнитной восприимчивостью, в результате чего наблюдается вынос не вошедших в агрегаты слабомагнитных частиц. В лабораторном аппарате используется полностью агрегируемый чистый магнетит. Эксперименты проводились с тремя классами крупности, при пяти различных напряженностях магнитного поля и изменением скорости жидкости.

Анализ результатов экспериментов

Как было указано выше, в математическом описании исследуемого процесса используются коэффициенты подобия, зависящие от его параметров. В расчетах параметры следующие:

- плотность материала частиц ρ_p и ожижающей среды ρ_f [кг/м³];
- ускорение свободного падения g [м/с²];
- высота слоя частиц h [м];
- площадь поперечного сечения слоя (аппарата) S [м²];
- порозность слоя или удельный объем жидкости в слое ε (безразмерная величина);
- характерный линейный размер частицы слоя d [м];
- коэффициент формы частиц слоя Φ (безразмерная величина);
- скорость жидкости через полное сечение аппарата (фиктивная скорость жидкости) v [м/с];
- коэффициент динамической вязкости жидкости η [Па*с];
- напряженность магнитного поля H [Э] (в практике наиболее часто используется не единица системы СИ [А/м], а единица системы СГС — эрстед [Э], или [Ое]).

Эти параметры входят в формулы двух критериев подобия, широко используемых при исследовании движения частиц в жидкостях и/или газах. В первую очередь это критерий Рейнольдса [15] при переходе слоя частиц в ожиженное состояние:

$$Re = \frac{v * d * \rho_f}{\eta}.$$

Вторым является число Архимеда [16], которое характеризует соотношение между силой Архимеда и вязкими силами в потоке:

$$Ar = \frac{d * \rho_f * (\rho_p - \rho_f)}{\eta^2}.$$

Результаты экспериментов с частицами кварца и магнетита без наложения магнитного поля (рис.1) показывают, что с увеличением размера частиц для поддержания определенной высоты ожиженного слоя h , а, следовательно, и его порозности ε требуется большая скорость восходящего потока жидкости v . Это соответствует уравнению Стокса [17], согласно которому скорость осаждения частиц в жидкости пропорциональна квадрату их размера d и разности плотностей частиц ρ_p и жидкости ρ_f :

$$v = \frac{d^2 * g * (\rho_p - \rho_f)}{18 * \eta}.$$

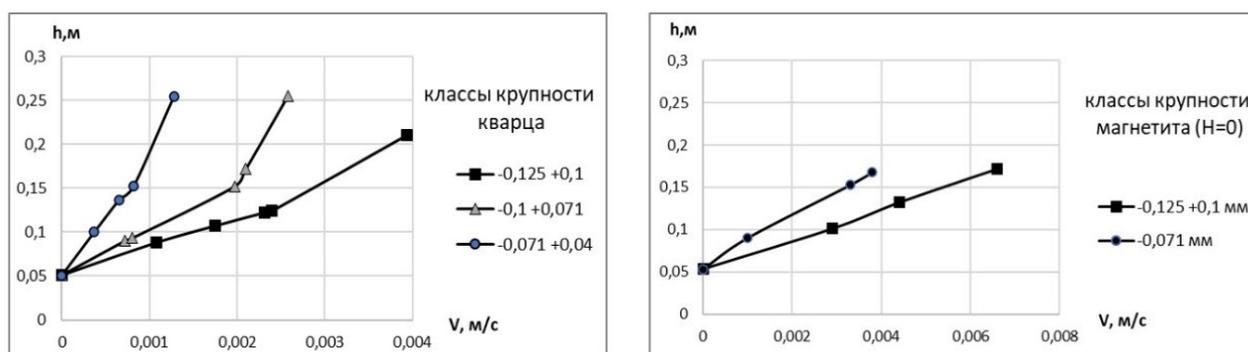


Рис. 1. Зависимость высоты ожигенного слоя различных фракций крупности кварца и магнетита от фиктивной скорости

В качестве исходного выражения для описания расширения ожигенного слоя используем формулу О. Н. Тодеса [18]:

$$Re = \frac{Ar * \varepsilon^{4,75}}{18 + 0,6 * \sqrt{Ar * \varepsilon^{4,75}}}$$

В результате преобразования этой формулы получено выражение зависимости порозности слоя от используемых критериев подобия и, как следствие, фиктивной скорости ожигающего потока:

$$\varepsilon = \left(\frac{18 * Re + 0,36 * Re^2}{Ar} \right)^{0,21},$$

т. е. исследуемая величина ε функционально зависит от чисел подобия Рейнольдса и Архимеда:

$$\varepsilon = f(Re, Ar).$$

При расчете динамического коэффициента вязкости использована эмпирическая зависимость от температуры Пуазейля: $\eta = 0,00183 / (1 + 0,0337 * t + 0,000221 * t^2)$, где t — температура воды (°C).

При этом высота ожигенного слоя связана с порозностью при данной фиктивной скорости зависимостью:

$$h(v_f) = \frac{(1 - \varepsilon_0)}{(1 - \varepsilon(v_f))} h_0.$$

Поскольку частицы имеют форму, отличную от сферической, то в расчетах использовались поправочные коэффициенты формы для кварца $\Phi = 1,33$ и для магнетита $\Phi = 1,35$.

Наложение магнитного поля оказывает влияние только на изменение высоты ожигенного слоя магнетита. В проведенных экспериментах напряженность магнитного поля H варьировалась от 76 до 311 Э.

В результате анализа установлено, что зависимости h от v как для кварца, так и для магнетита при различных напряженностях магнитного поля с достаточной степенью точности могут быть описаны линейными уравнениями. Для всех экспериментальных данных значение критерия R^2 линейного тренда превышало 0,92, а средние значения были равны 0,975 для магнетита и 0,950 для кварца. Это дало основание использовать линейную аппроксимацию для нахождения эмпирической зависимости порозности от параметров процесса:

$$\varepsilon = K \left(\frac{18 * Re + 0,36 * Re^2}{Ar} \right)^{0,21},$$

где $K = 1 - a * H$ — коэффициент, зависящий от напряженности вертикально ориентированного однородного магнитного поля H . Для немагнитных частиц кварца зависимость от H отсутствует, и $K = 1$.

В результате проведенных с использованием инструментальных средств MathCad [19] расчетов было установлено, что коэффициент a , обеспечивающий лучшую линейную аппроксимацию зависимости высоты ожигенного слоя h от фиктивной скорости v и напряженности накладываемого магнитного поля H , будет различным для частиц магнетита разной крупности. Для частиц крупностью $-0,071$ мм он равен приблизительно $8 \cdot 10^{-4}$, а для крупности $-0,125 \div +0,1$ мм его значение составляет $6,1 \cdot 10^{-4}$. Это может быть обусловлено различной магнитной восприимчивостью образующихся в одинаковом магнитном поле агрегатов, формируемых частицами магнетита различной крупности.

В таблицах 1 и 2 приведены как данные нескольких лабораторных экспериментов исследования изменения высоты ожигенного слоя $h_{\text{Э}}$ (м) от скорости потока v (м/с) и напряженности магнитного поля H (Э), так и результаты моделирования этой зависимости $h_{\text{М}}$ (м), полученные после обработки экспериментальных данных.

Таблица 1

Зависимость высоты слоя магнетита крупностью $-0,071$ мм от фиктивной скорости при различных напряженностях магнитного поля ($K = 1 - 8 \cdot 10^{-4} \cdot H$)

H = 76			H = 155			H = 232			H = 311		
$v \cdot 10^{-3}$	$h_{\text{Э}}$	$h_{\text{М}}$									
0,905	0,084	0,078	0,905	0,085	0,072	2,1478	0,104	0,082	2,1478	0,102	0,074
2,775	0,13	0,117	3,208	0,117	0,107	6,1805	0,134	0,125	6,924	0,134	0,109
3,831	0,15	0,141	5,812	0,143	0,15	10,259	0,165	0,179	13,245	0,165	0,161
5,844	0,18	0,198	10,259	0,188	0,261	11,411	0,193	0,198	18,223	0,192	0,217

Таблица 2

Зависимость высоты слоя магнетита крупностью $-0,125 \div +0,1$ мм от фиктивной скорости при различных напряженностях магнитного поля ($K = 1 - 6,1 \cdot 10^{-4} \cdot H$)

H = 76			H = 155			H = 232			H = 311		
$v \cdot 10^{-3}$	$h_{\text{Э}}$	$h_{\text{М}}$									
1,437	0,064	0,071	1,437	0,071	0,067	5,172	0,094	0,087	7,527	0,093	0,09
3,276	0,095	0,088	5,171	0,099	0,095	13,88	0,135	0,136	12,49	0,12	0,111
11,05	0,148	0,164	14,67	0,15	0,17	20,72	0,155	0,186	16,6	0,133	0,129
15,24	0,187	0,225	20,29	0,183	0,239	22,87	0,165	0,206	22,87	0,157	0,161

На рисунках 2–4 полученные результаты наглядно представлены в виде графиков.

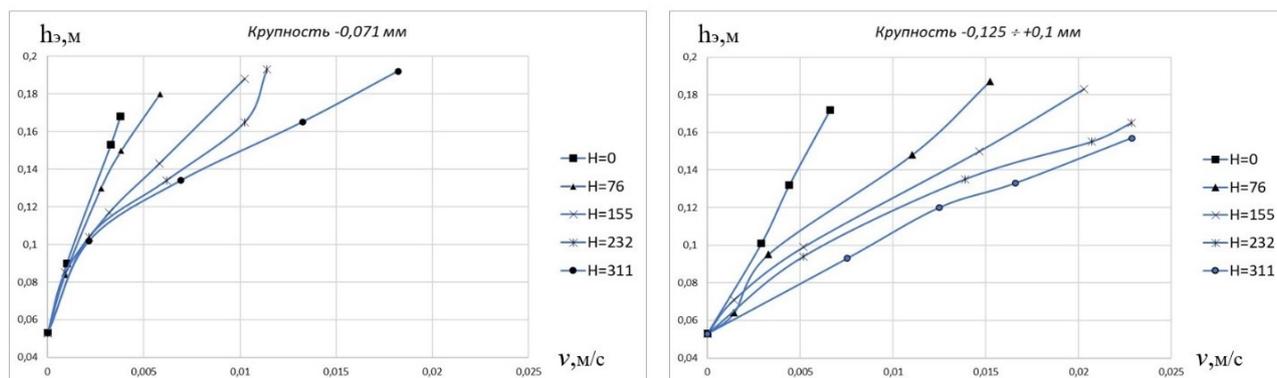


Рис. 2. Экспериментальная зависимость высоты слоя магнетита от скорости потока при различных напряженностях магнитного поля

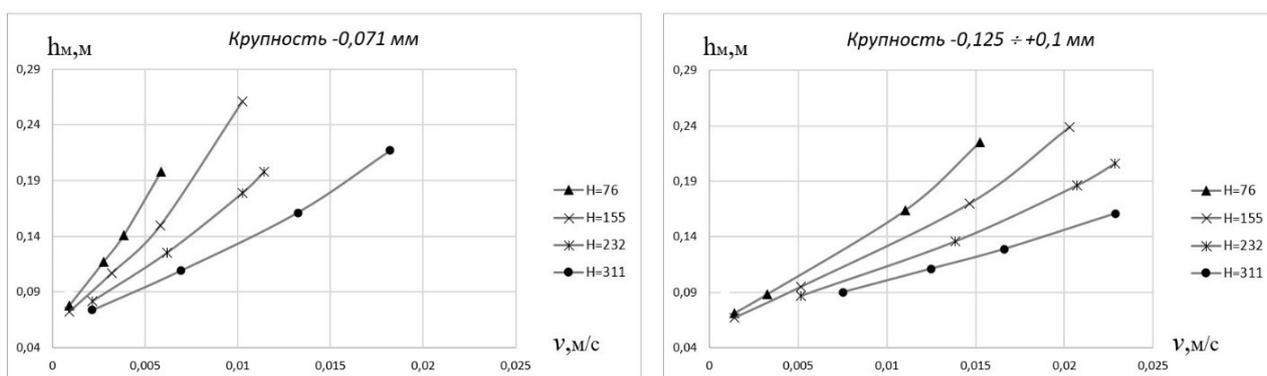


Рис. 3. Модельная зависимость высоты слоя магнетита от скорости потока при различных напряженностях магнитного поля

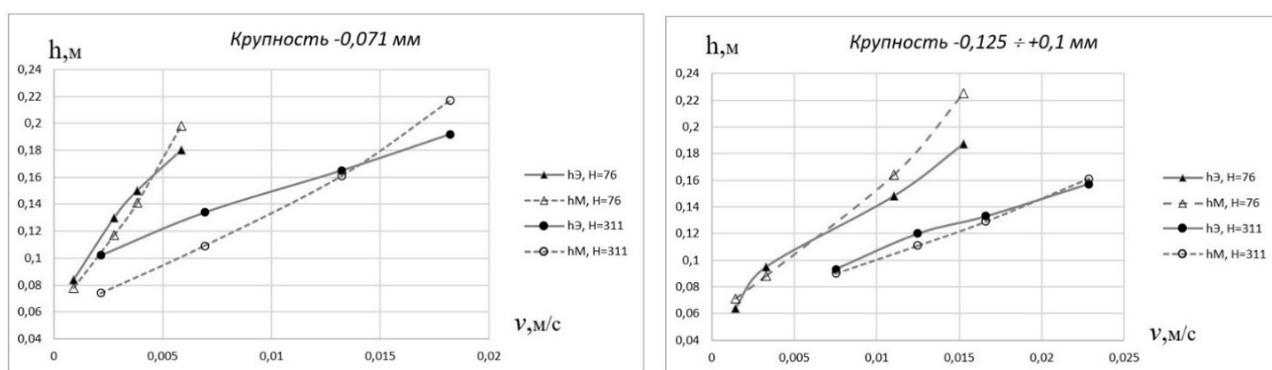


Рис. 4. Сравнительные графики экспериментальной и модельной зависимостей при различных напряженностях магнитного поля

Из графиков, полученных по данным экспериментов (рис. 2) видно, что при увеличении напряженности накладываемого магнитного поля рост высоты оживленного слоя с ростом скорости потока замедляется. В частности, для частиц крупностью $-0,071$ мм высота слоя при напряженности поля 76 Э достигает значения около $0,18$ м при скорости потока менее $6 \cdot 10^{-3}$ м/с, а для достижения аналогичной высоты при напряженности поля в 311 Э требуется обеспечить скорость потока более $15 \cdot 10^{-3}$ м/с, т. е. более, чем в 2,5 раза. Аналогичная ситуация наблюдается и для класса крупности частиц $-0,125 \div +0,1$ мм.

Результаты моделирования (рис. 3, 4) довольно хорошо коррелируют с экспериментальными данными и в целом воспроизводят характер экспериментальных зависимостей. На рисунке 3 видно, что модели воспроизводят закономерности поведения высоты оживленного слоя при изменении крупности частиц и при увеличении напряженности магнитного поля. Для более крупных частиц высота слоя, аналогичная высоте слоя более мелких частиц, достигается при большей скорости потока. А увеличение напряженности поля сдерживает рост высоты слоя при увеличении скорости потока.

Рисунок 4 иллюстрирует «соответствие» результатов, полученных с использованием предложенной модели, экспериментальным данным. Для обоих представленных классов крупности частиц магнетита коэффициент корреляции между экспериментальными и модельными данными был не ниже $0,98$.

Заключение

Проведенные исследования подтвердили возможность комбинированного использования фиктивной скорости омывающей жидкости и напряженности накладываемого магнитного поля для управления высотой оживленного слоя при магнитно-гравитационной сепарации магнетитовых

руд. По итогам обработки данных лабораторных экспериментов предложена модель зависимости высоты оживленного слоя частиц чистого магнетита различных фракций от скорости потока и напряженности поля. Предложенная модель является простой с вычислительной точки зрения, что дает основания предположить возможность применения моделей данного типа в системах автоматизированного управления технологическими процессами МГ-сепарации в режиме реального времени.

На основе представленных в настоящей работе результатов определены направления дальнейших исследований по доработке и совершенствованию модели до уровня Планируемые исследования связаны с определением функциональной зависимости коэффициента K от напряженности магнитного поля и свойств подлежащих разделению частиц. В проведенных лабораторных экспериментах использованы «чистые» частицы кварца и магнетита. В реальных процессах подобные частицы, как правило, могут составлять лишь небольшую долю. Основная масса частиц будет представлять собой сростки кварца и магнетита в различных пропорциях. Соответственно, их плотность и магнитная восприимчивость будет варьироваться в диапазонах от чистого кварца до чистого магнетита. Поэтому в дальнейших исследованиях планируется проведение серии экспериментов с такими частицами различных фракций крупности.

Список источников

1. Усачев П. А., Опалев А. С. Магнитно-гравитационное обогащение руд. Апатиты: КНЦ РАН, 1993. 92 с.
2. Патент РФ № 2288039 С2 Способ магнитного обогащения и устройство для его осуществления / Бородин А. А., Жилин С. Н., Леонов А. С., Малявин Б. Я., Прадедов А. А., Кармазин В. В., Опалев А. С., Измалков В. А., Ефремов Ю. И. Бюл. № 33. 2006.
3. Патент РФ № 2387483 С2. Способ обогащения дисперсных ферромагнитных материалов / Мельников Н. Н., Гершенкоп А. Ш., Скороходов В. Ф., Бирюков В. В. Бюл. №12. 2010.
4. Opalev A., Birukov V., Nikitin R. Mathematical modeling of ferromagnetic particle aggregation in iron ore processing technologies // Proceedings of the 20th International Multidisciplinary Scientific GeoConference (SGEM 2020). Sofia, 2020. pp. 813–820.
5. Опалев А. С. Бирюков В. В., Новикова И. В. Закономерности формирования магнитоустойчивого оживленного слоя в рабочем объеме магнитно-гравитационного сепаратора // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). 2015. № 10. С. 118–122.
6. Ansys Fluids. Computational Fluid Dynamics (CFD) Simulation Software URL: <https://www.ansys.com/products/fluids> (дата обращения: 08.10.2023).
7. Опалев А. С., Бирюков В. В., Буренина И. В. Применение систем инженерного анализа для разработки модели процесса магнитно-гравитационной сепарации // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). 2014. № 2. С. 110–115.
8. Бирюков В. В., Олейник А. Г. Нетрадиционный подход к моделированию процесса магнитно-гравитационной сепарации // Труды Кольского научного центра РАН. Информационные технологии. 2016. № 6(40). С. 157–167.
9. Nikolaev V. G. Biryukov V. V., Nikitin R. M. Magnetic-gravity separation in simulation modeling paradigm // 3rd International Symposium on Engineering and Earth Sciences (ISEES 2020). IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 905 (2020). URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/905/1/012049/pdf> (дата обращения: 10.10.2023).
10. Морозов Н. Основы качественного физико-математического анализа и новые физические факторы, обнаруживаемые им в различных явлениях природы. 1908. 402 с. // Электронный архив ГПНТБ России. URL: <http://gpntb.dlibrary.org/ru/nodes/5581-morozov-n-osnovy-kachestvennogo-fiziko-matematicheskogo-analiza-i-novye-fizicheskie-factory-obnaruzhivaemye-im-v-razlichnyh-yavleniyah-prirody-m-1908> (дата обращения: 05.10.2023).
11. Buckingham E. On physically similar systems: illustrations of the use of dimensional equations // The Physical Review. 1914. Vol. 4, № 4. pp. 345–376.

12. Bolster D., Hershberger R. E., Donnelly R.J. Dynamic similarity, the dimensionless science // *Physics Today*. 2011. Vol. 64, pp. 42–47
13. Howard J. R. *Fluidized Bed Technology: Principles and Application*. CRC Press, 1989. 228 p.
14. Zhu Quanhong, Huang Qingshan, Yang Chao Hydrodynamic review on liquid-solid magnetized fluidized bed // *Rev Chem Eng*. 2021, 37(7). pp. 827–861.
15. Монин А. С., Яглом А. М. *Статистическая гидромеханика*. М.: Наука, главная редакция физико-математической литературы, 1965. 640 с.
16. *Справочник химика*. Т. 5. 2-е изд. М., Л.: Химия, 1968. С. 426–467.
17. URL: <https://www.flottweg.com/ru/wiki/separation-technology/stokes-law-laminar-flow-around-a-sphere/> (дата обращения: 05.10.2023).
18. Годес О. М., Цитович О. Б. *Аппараты с кипящим зернистым слоем: Гидравлические и тепловые основы работы*. Л.: Химия, 1981. 296 с.
19. URL: <https://www.mathcad.com/en> (дата обращения: 10.09.2023).

References

1. Usachev P. A., Opalev A. S. *Magnitno-gravitatsionnoye obogashcheniye rud* [Magnetic-gravity concentration of ores]. Apatity, KSC RAS, 1993, 92 p. (In Russ.).
2. Borodin A. A., Zhilin S. N., Leonov A. S., Malyavin B. Ya., Pradedov A. A., Karamzin V. V., Opalev A. S., Izmalkov V. A., Efremov U. I. Patent RF № 2288039 C2. *Sposob magnitnogo obogashcheniya i ustroystvo dlya yego osushchestvleniya* [Method of magnetic enrichment and device for its implementation], b no. 33, 2006. (In Russ.).
3. Melnikov N. N., Gershenkop A. Sh., Skorohodov V. F., Birukov V. V. Patent RF № 2387483 C2. *Sposob obogashcheniya dispersnykh ferromagnitnykh materialov* [Method for concentration dispersed ferromagnetic materials], b no. 12, 2010. (In Russ.).
4. Opalev A., Birukov V., Nikitin R. Mathematical modeling of ferromagnetic particle aggregation in iron ore processing technologies. *Proceedings of the 20th International Multidisciplinary Scientific GeoConference (SGEM 2020)*, Sofia, 2020, pp. 813–820.
5. Opalev A. S., Birukov V. V., Novikova I. V. Zakonomernosti formirovaniya magnetostabilizirovannogo ozhizhennogo sloya v rabochem ob'yeme magnitno-gravitatsionnogo separatora [Formation of magnetized stabilized fluidized bed in the working volume of magnetic-gravity separator]. *Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten' (nauchno-tehnicheskiy zhurnal)* [Mining informational and analytical bulletin (scientific and technical journal)], 2015, no. 10, pp. 118–122. (In Russ.).
6. Ansys Fluids. Computational Fluid Dynamics (CFD) Simulation Software. Available at: <https://www.ansys.com/products/fluids> (accessed: 08.10.2023).
7. Opalev A. S., Birukov V. V., Burenina I. V. Primeneniye sistem inzhenerenogo analiza dlya razrabotki modeli protsessa magnitno-gravitatsionnoy separatsii [Application of the engineering analysis systems for development of simulation process of magnetic-gravity separation]. *Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten' (nauchno-tehnicheskiy zhurnal)* [Mining informational and analytical bulletin (scientific and technical journal)], 2014, no. 2, pp. 110–115. (in Russ.).
8. Birukov V. V., Oleynik A. G. Netraditsionnyy podkhod k modelirovaniyu protsessa magnitno-gravitatsionnoy separatsii [Innovative approaches to modeling of processes of magnetic-gravity separation], *Trudy Kol'skogo nauchnogo centra RAN* [Transactions Kola Science Centre. Information technologies], 2016, no. 6(40), pp. 157–167. (In Russ.).
9. Nikolaev V. G., Biryukov V. V., Nikitin R. M. Magnetic-gravity separation in simulation modeling paradigm. *3rd International Symposium on Engineering and Earth Sciences (ISEES 2020)*. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 905 (2020). Available at: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/905/1/012049/pdf> (accessed: 10.10.2023).
10. Morozov N. *Osnovy kachestvennogo fiziko-matematicheskogo analiza i novyye fizicheskiye faktory obnaruzhivayemyye im v razlichnykh yavleniyakh prirody*. [Fundamentals of qualitative physical and mathematical analysis and new physical factors discovered by it in various natural phenomena], 1908. 402 p. *Elektronnyy arkhiv GPNTB Rossii* [Electronic archive of the State Public Library for Science and Technology of Russia]. (In Russ). Available at: <http://gpntb.dlibrary.org/ru/nodes/5581-morozov-n-osnovy-kachestvennogo-fiziko-matematicheskogo-analiza-i-novye-fizicheskie-faktory-obnaruzhivaemye-im-v-razlichnyh-yavleniyah-prirody-m-1908> (accessed: 05.10.2023).

11. Buckingham E. On physically similar systems: illustrations of the use of dimensional equations. *The Physical Review*, 1914, vol. 4, no. 4, pp. 345–376.
12. Bolster D., Hershberger R. E., Donnelly R. J. Dynamic similarity, the dimensionless science. *Physics Today*, 2011, vol. 64, pp. 42–47.
13. Howard J. R. *Fluidized Bed Technology, Principles and Application*. CRC Press, 1989, 228 p.
14. Zhu Quanhong, Huang Qingshan, Yang Chao Hydrodynamic review on liquid-solid magnetized fluidized bed. *Rev Chem Eng.*, 2021, 37(7), pp. 827–861.
15. Monin A. S., Yaglom A. M. *Statisticheskaya gidromekhanika*. [Statistical hydromechanics]. Moscow: Nauka, main editorial office of physical and mathematical literature, 1965, 640 p. (In Russ).
16. *Spravochnik khimika. T. 5*. [Chemist's Handbook. Vol. 5]. Moscow, Leningrad, Chemistry, 1968, pp. 426–467. (In Russ).
17. <https://www.flottweg.com/ru/wiki/separation-technology/stokes-law-laminar-flow-around-a-sphere/> (accessed: 05.10.2023).
18. Todes O. M., Tsitovich O. B. *Apparaty s kipyashchim zernistym sloyem: Gidravli-cheskiye i teplovyye osnovy raboty*. [Apparatuses with a fluidized granular bed: Hydraulic and thermal fundamentals of work]. Leningrad, Khimiya, 1981, 296 p. (In Russ).
19. <https://www.mathcad.com/en> (accessed: 10.09.2023).

Информация об авторах

А. Г. Олейник — доктор технических наук, главный научный сотрудник;
В. В. Бирюков — научный сотрудник;
Р. Н. Никитин — кандидат технических наук, старший научный сотрудник.

Information about the authors

A. G. Oleynik — Doctor of Science (Tech.), Chief Research Fellow;
V. V. Birukov — Research Fellow;
R. N. Nikitin — Candidate of Science (Tech.), Senior Research Fellow.

Статья поступила в редакцию 18.10.2023; одобрена после рецензирования 02.11.2023; принята к публикации 08.11.2023.
The article was submitted 18.10.2023; approved after reviewing 02.11.2023; accepted for publication 08.11.2023.