# РАЗДЕЛ II. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

**Наумов И.И., Вахтин В.А., Дерезюк Д.А., Моторин Д.Е., Владимиров В.В.**

## Компьютерное моделирование момента инерции плоского манипулятора

*Институт Сферы Обслуживания и Предпринимательства (филиал) Донской государственный технический университет в г. Шахты (Россия, Шахты*)

*doi: 10.18411/sr-10-10-2020-03*
*idsp: sciencerussia-10-10-2020-03*

**Аннотация**

На основе результатов математического моделирования разработана компьютерная программа, которая позволяет определить радиус и момент инерции кинематической структуры манипулятора в произвольной точке зоны обслуживания относительно вала электродвигателя первого, наиболее нагруженного звена. Приведены результаты моделирования. Даны рекомендации по использованию полученных результатов при проектировании электроприводов звеньев манипуляторов.

**Ключевые слова:** Компьютерное моделирование, моделирование момента инерции, момент инерции плоского манипулятора.

Основной проблемой при разработке САУ электропривода звеньев манипулятора антропоморфной структуры является существенная нелинейность объекта управления особенно это касается первого звена манипулятора. Основная проблема заключается в том, что момент инерции электромеханической системы первого звена меняется в весьма широких пределах, при этом традиционная настройка регуляторов скорости и положения с постоянными коэффициентами не обеспечивает формирование оптимальной переходные характеристики, обладает существенным перерегулирование или затягиванием по времени переходного процесса при выходе манипулятора на заданную скорость перемещения [1]. Для решения задачи компенсации нелинейности объекта регулирования можно предложить метод корректировки коэффициентов настройки регуляторов электропривода в зависимости от истинного значения момента инерции в момент троганья или остановки работы электропривода соответствующего звена манипулятора. Одной из проблем при этом является способ расчёта момента инерции в любой точке положения схвата в зоне обслуживания манипулятора [2].

На рисунках 1, 2 представлена кинематическая схема манипулятора для двух различных положение схвата известны: заданное положение схвата манипулятора $x_g$, $y_g$, длины звеньев L1, L2, расстояние от конца второго звена до центра массы груза - $L_g$, массы звеньев $m_1$, $m_2$ и $m_g$ масса груза. Требуется определить для заданных положениях схвата кинематической структуры, приведенной на рисунках 1, 2 радиус инерции и момент инерции. Принято – звенья манипулятора не подвержены упругой и пластической деформации.

Для положения схвата манипулятора, представленного на рисунке 1 определение центра масс и момента инерции для первого звена, является достаточно простой задачей [3]. Координаты центра масс манипулятора - $x_{mJ}$, $y_{mJ}$ могут быть представлены в виде

$$x_{mJ} = (m_1 \times x_{1J} + m_2 \times x_{2J} + mg \times x_g)/\Sigma m_i; \quad (1)$$

$$y_{mJ} = (m_1 \times y_{1J} + m_2 \times y_{2J} + mg \times y_g)/\Sigma m_i; \quad (2)$$

здесь:

$x_{1J}$, $y_{1J}$, $x_{2J}$, $y_{2J}$ – координаты центра массы первого и второго звена относительно собственных осей вращения соответственно;

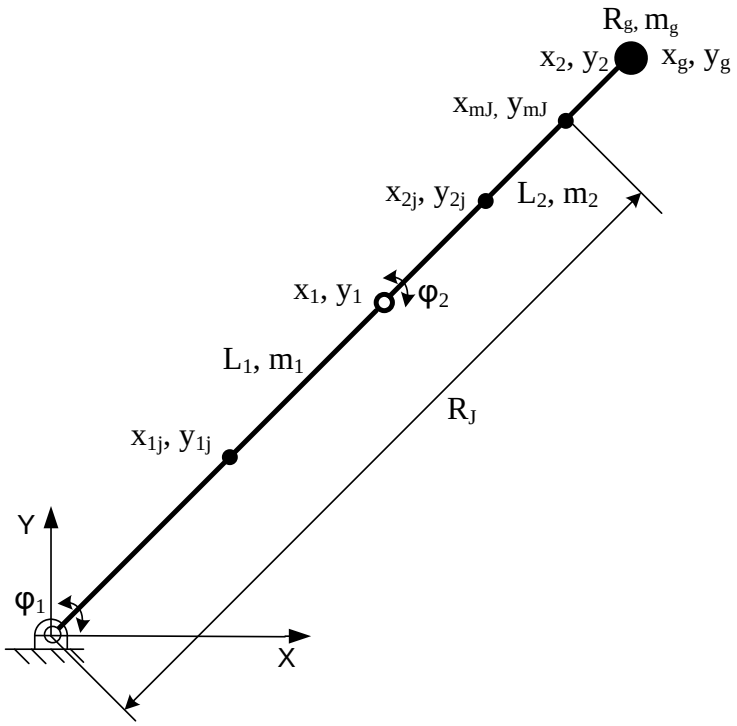


*Рисунок 1. Кинематическая схема манипулятора. Положение 1*

Значения координат центра масс первого звена $x_{1J}$, $y_{iJ}$ относительно собственной оси вращения можно определить из соотношения:

$$x_{1J} = r_1 * \cos(\varphi_1); \qquad y_{1J} = r_1 * \sin(\varphi_1);$$

здесь $r_1$ – радиус инерции первого звена.

Для однородного стержня при оси вращения расположенной на краю стержня значение $r_1$ определяется из соотношения:

$$r_1 = {}^{L1}/_{\sqrt{3}} \tag{3}$$

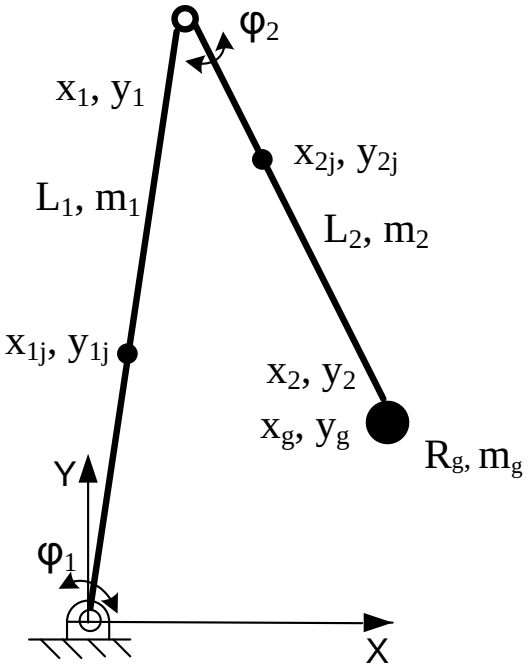


*Рисунок 2 Кинематическая схема манипулятора. Положение 2*

Значения координат центра масс второго звена

$x_{2J} = L1*\cos(\varphi_1) + r_2*\cos(\varphi_2);$ $y_{2J} = L1*\sin(\varphi_1) + r_2*\sin(\varphi_2);$

Величина $r_2$ определяется аналогично (3).

Радиус инерции груза:

$$r_g = \sqrt{7/5}\, R_g$$

Координаты центра массы груза совместно с массой схвата, представленных в виде шара радиусом $R_g$ равны [4]:

$$x_{gJ} = L1*\cos(\varphi_1) + L2*\cos(\varphi_2) + r_g*\cos(\varphi_2) \quad (4)$$
$$y_{gJ} = L1*\sin(\varphi_1) + L2* \sin(\varphi_2) + r_g* \sin(\varphi_2)$$

Отсюда радиус инерции (центр масс) рассматриваемого положения схвата манипулятора;

$$R_J = \sqrt{x_{mJ}^2 + y_{mJ}^2}; \quad (5)$$

и момент инерции механизма, приведенный к валу электродвигателя первого звена равен:

$$J = \sum m_i \times R_J^2; \quad (6)$$

где i - номер звена.

Для определения момента инерции двухзвенного манипулятора в произвольной точке зоны обслуживания используем компьютерное моделирование, которое позволит по координатам схвата $x_g$, $y_g$ получить значение радиуса инерции $R_J$ для заданного положения и соответственно величину момента инерции механизма относительно оси вращения первого звена. В дальнейшем эти данные предполагается использовать при моделировании САУ электропривода первого звена манипулятора.

В основе компьютерной модели лежат алгоритмы решения прямой и обратной задач кинематики двухзвенного манипулятора.

Решение прямой задачи предполагает определение координат схвата $x_g$, $y_g$, в нашем случае центр шара, имитирующий схват с грузом, относительно начала координат, связанных с осью вращения первого звена при известных обобщённых координатах $\varphi_1$.

Найдём координаты конца первого звена:

$$x_1 = L1*\cos(\varphi_1); \quad (7)$$
$$y_1 = L1*\sin(\varphi_1);$$

Координаты $x_g$, $y_g$ в системе отсчёта второго звена:

$$x_g^{''} = L2 * \cos(\varphi 2); \quad (8)$$
$$y_g^{''} = L2 * \sin(\varphi 2);$$

С учётом смещения второго звена относительно первого по часовой стрелке

$$x_g^{'} = (L2 + R_g) * \cos(\varphi 1 - \varphi 2); \quad (9)$$
$$y_g^{'} = (L2 + R_g) * \sin(\varphi 1 - \varphi 2);$$

Координаты схвата определяются из соотношения:

$$x_g = x_1 + x_g^{'} = L1 * \cos(\varphi 1) + (L2 + R_g) * \cos(\varphi 1 - \varphi 2)$$
$$y_g = y_1 + y_g^{'} = L1 * \sin(\varphi 1) + (L2 + R_g) * \sin(\varphi 1 - \varphi 2)$$

Для решения обратной задачи кинематики для двухзвенного манипулятора воспользуемся рисунком 3. аналогичным 2 с некоторыми дополнениями.

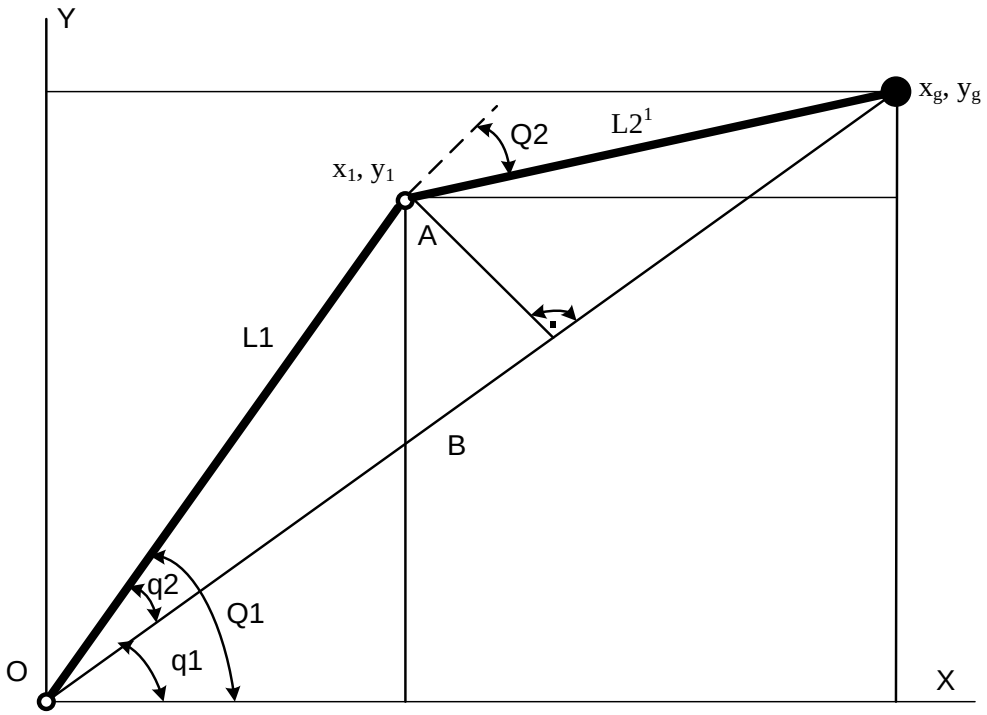


*Рисунок 3. Кинематическая схема манипулятора для решения обратной задачи.*

При решении обратной задачи кинематики известны координаты схвата и требуется определить обобщённые координаты – углы Q1, Q2. На приведенном рисунке длина $L2^1$ учитывает радиус груза.

Проведём прямую B, соединяющую начало координат O с заданной точкой положения схвата ($x_g$, $y_g$), и определим координаты схвата через углы q1, q2 (рисунок 3).

$$B^2 = x_g^2 + y_g^2$$

$$x_g = B*cos(q1)$$

$$y_g = B*sin(q1)$$

отсюда:

$$Q1 = q1 - q2 \quad (10)$$

$$q1 = arccos(\frac{x_g}{B})$$

Значение *q2* определим по теореме косинусов для треугольника, образованного длинами звеньев L1, $L2^1$ и длиной прямой B:

$$L2^{1(2)} = B^2 + L1^2 - 2*B*L1*\cos(q2).$$

Отсюда

$$q2 = \arccos (L1^2 - L2^{1(2)} + B^2 / 2*B*L1).$$

В соответствии с 2.4 первая обобщённая координата:

$$Q1 = \arccos (x/B) - \arccos (L1^2 - L2^{1(2)} + B^2 / 2*B*L1).$$

По той же теореме косинусов найдём угол Q2, используя тот же треугольник, как видно из рисунка, угол Q2 равен – (180 — угол OA ($x_g$, yg)):

$$B^2 = L1^2 + L2^{1(2)} - 2*L1* L2^{1(2)} *\cos (180 - Q2)$$

$$Q2 = - (\pi - \arccos (L1^2 + L2^{1(2)} - B^2 / 2*L1* L2^{1(2)}))$$

На рисунке 5 представлена блок схема алгоритма компьютерной модели определения радиуса и момента инерции плоского двухзвенного манипулятора.

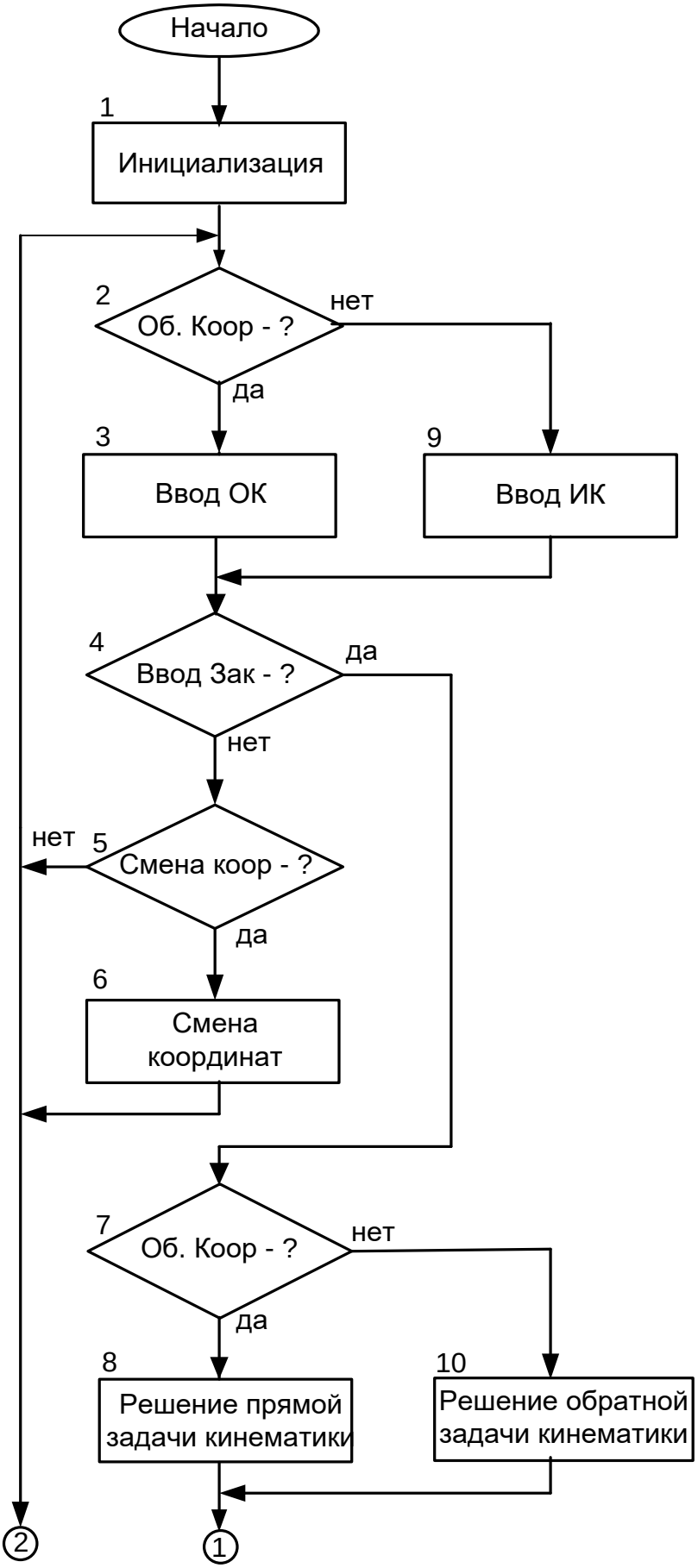


*Рисунок 4. Блок-схема алгоритма работы модели момента инерции манипулятора.*

*Рисунок 5. Блок-схема алгоритма работы модели момента инерции манипулятора (продолжение)*

После запуска компьютерной программы происходит процедура инициализации и вводятся значение параметров манипулятора, к числу которых относятся вес звеньев и груза совместно с хватом, а также длины звеньев и радиус схвата с грузом. Здесь для упрощения процедуры расчета момента инерции схват с грузом принят как шар имеющий определенную массу и закрепленный на конце второго звена. Начальные параметры манипулятора заложены в программе и приняты равными: длина первого звена, L1 = 600мм длина второго звена L2 = 400мм, радиус груза $R_g$ = 75мм, масса первого звена m1 = 6000г масса второго звена m2 = 4000г масса груза $m_g$ = 10000 грамм. В ходе работы программы модели эти параметры могут быть изменены в пределах принятой зоны обслуживания манипулятора размером 1,2м на 1,2м. По умолчанию принят режим работы с абсолютными координатами.

После окончания процедуры инициализации программа переходит в режим ожидания ввода координат. В зависимости от положения переключателя могут быть заданы обобщённая либо абсолютная система координат положения схвата манипулятора (блоки 2, 3, 9 алгоритма) Окончание ввода анализируется блоком 4 алгоритма. В случае окончания ввода программа переходит на обработку полученных координат в противном случае анализируется положение переключателя вида координат и наличия операции по смене координат (блок 5 алгоритма). Если ли проведено действие по смене координат, то происходит переключение типа координат на противоположное и продолжается процедура ввода до заданного типа координат. После окончания процедуры ввода координат блок 7 алгоритма анализирует тип

введённых координат и по результатам анализа осуществляется решение прямой (блок 8 алгоритма) или обратной задачи (блок 9 алгоритма) кинематики манипулятора. Результат решения задачи - положение манипулятора выводится на экран монитора в соответствующем графическом окне пользовательского интерфейса и в числовом виде в соответствующем окне текстового редактора. Затем соответствие с выражениями 1 – 6 происходит расчёт радиуса инерции (блок 12 алгоритма) и момента инерции кинематической схемы манипулятора в заданном положении (блок 13) алгоритма. Полученные результаты выводятся в соответствующих окнах текстового редактора (блок 14 алгоритма) Блок 15 алгоритма анализирует инициализацию выхода из программы. В случае положительного результата осуществляется выход в операционную систему в противном случае происходит переход в режим ожидания ввода координат нового заданного положения схвата манипулятора (блок 2 алгоритма).

На рисунках 6 и 7 представлен интерфейс компьютерной модели расчёта радиуса и момента инерции для двух различных положений схвата двухзвенного манипулятора. Пользовательский интерфейс состоит из двух основных панелей: панели визуальной индикации положения манипулятора и панели управления и индикации численных значений параметров модели двухзвенного манипулятора, которая включает в себя кинематические параметры длины звеньев и вес звеньев манипулятора, а также обобщенные координаты и истинные координаты положения схвата.

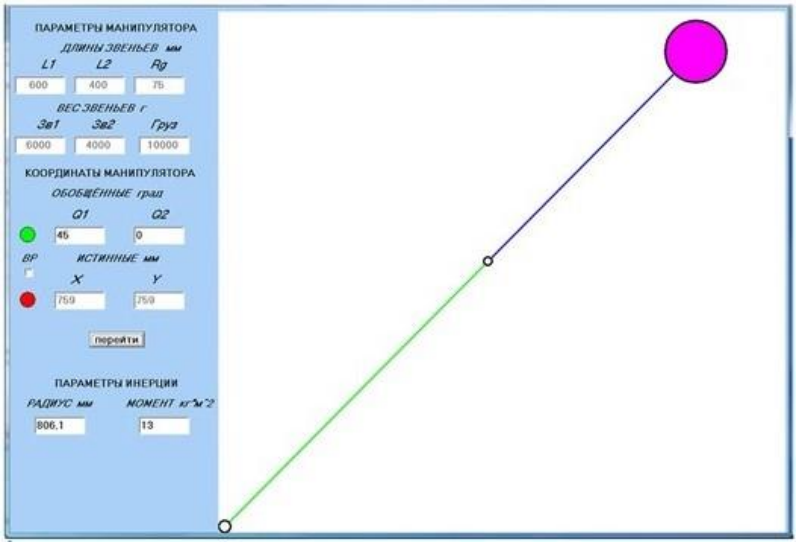


*Рисунок 6. Пользовательский интерфейс модели. Приложение 1*

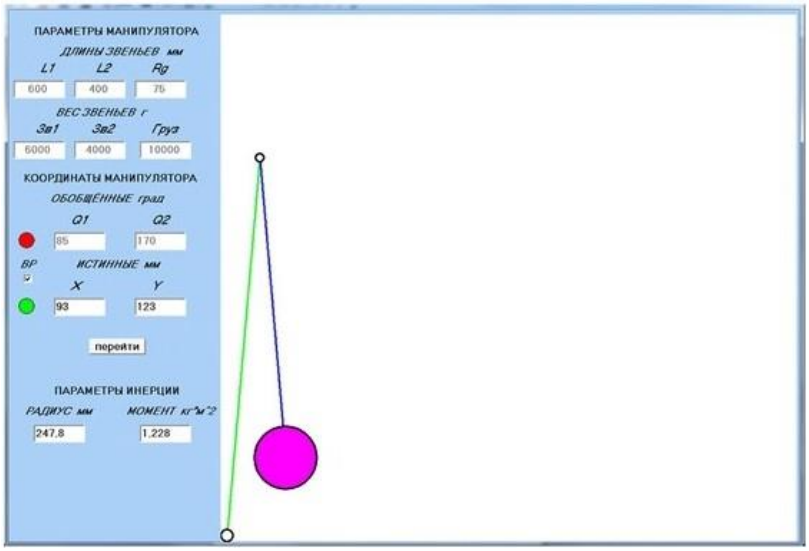


*Рисунок 7. Пользовательский интерфейс модели. Приложение 2*

Помимо этого, на панель выводятся значение радиуса и момента инерции для заданного положения схвата по результатам моделирования. Строковые текстовые редакторы длины звеньев и массы звеньев заполнены по умолчанию после запуска программы модели. Строковые редакторы обобщенных координат, истинных координат положения схвата свободны. Строковые редакторы радиуса и момента инерции так же свободны.

После запуска программы доступны для ввода значения обобщенных координат строки редакторов Q1 и Q2, в которые необходимо ввести требуемые значения. Для того чтобы рассчитать параметры инерции: радиус и момент. необходимо воспользоваться клавишей «перейти» на панели управления. При этом в строковые редакторы истинных координат будут введены расчётные значения положения схвата в миллиметрах, а в строковые редакторы параметров инерции радиус и момент инерции для текущего положения схвата.

Для задания истинных координат схвата необходимо с помощью переключателя ВР расположенного на панели управления выбрать режим ввода истинных координат схвата. Доступные для ввода координат строки редакторов отмечены зелёным цветом индикатора, расположенного рядом со строковыми редакторами на рисунке 6. После ввода истинных координаты схвата инициализацией клавиши «перейти» осуществляется расчёт обобщенных координат и параметров инерции: радиуса инерции и моменты инерции. Положение манипулятора во всех случаях отражается в графическом окне пользовательского интерфейса.

Для положений манипулятора указанных на рисунке рисунках 6, 7 разница значений моментов инерции составляет один порядок, что существенным образом влияет на структуры САУ электромеханической системы манипулятора.

***

1. Механика промышленных роботов: Учеб.пособиедля втузов: В 3 кн., Кн.2: Расчет и проектирование механизмов / Е.И.Воробьев, О.Д. Егоров, С.А. Попов. -М.: Высш.шк., 1988. -367 с.
2. Василенко Н.В., Никитин К.Д., Пономарёв В.П., СмолинА.Ю.-Основы робототехники. Под общей редакцией Никитина К.Д.Томск, МГП «РАСКО» 1993. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.-bibliotekar.ru/7-robot/12
3. Павленко Ю. Г. Лекции по теоретической механике. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. — 392с.
4. Сивухин Д. В. Общий курс физики. В 5 т. Том I. Механика. 4-е изд. М.: ФИЗМАТЛИТ; Изд-во МФТИ, 2005. — 560 с.