

УДК 330.4, 330.35

JEL C01, O11, O47

DOI: 10.17213/2312-6469-2023-5-261-271

ОЦЕНИВАНИЕ НЕЧЕТКОЙ ЛИНЕЙНОЙ РЕГРЕССИИ С ТРАПЕЦИЕВИДНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ НА ОСНОВЕ МЕТОДА НАИМЕНЬШИХ МОДУЛЕЙ

© И.И. Исмагилов, Г. Алсаид 2023

Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, Россия

Аннотация. Многие практические задачи в области экономики решаются с помощью регрессионного моделирования. Классические методы регрессии на практике имеют ряд ограничений, особенно в случае коротких выборок. В связи с этим альтернативами классическим методам для анализа экономических процессов являются методы нечеткого регрессионного анализа. Целью данной работы является разработка нечетких регрессионных моделей с коэффициентами в виде трапециевидных нечетких чисел и исследование их применений для анализа экономического роста Республики Татарстан с использованием линейной производственной функции. В работе предложен новый метод оценивания линейной нечеткой регрессии, который устраняет определенные недостатки известных методов нечеткого регрессионного моделирования. Результаты исследования получены с использованием методов четкого и нечеткого регрессионного анализа и прогнозирования, методов обработки нечетких чисел. В результате анализа экономического роста Республики Татарстан за период 2007-2020 гг. получен ряд нечетких двухфакторных линейных производственных функций, имеющих преимущества перед четкими моделями в силу возможности прогнозировать валовый региональный продукт в виде интервалов возможных и наиболее вероятных значений.

Ключевые слова: регрессионное моделирование, метод наименьших модулей, нечеткая линейная регрессия, трапециевидные нечеткие числа, экономический рост, валовый региональный продукт

ESTIMATION OF FUZZY LINEAR REGRESSION USING TRAPEZOIDAL COEFFICIENTS BASED ON THE METHOD OF LEAST ABSOLUTE DEVIATIONS

© I.I. Ismagilov, Gh. Alsaied 2023

Kazan Federal University, Kazan, Russia

Abstract. Many practical problems in the field of economics are solved using regression modeling. In practice, classical regression methods have a number of limitations, especially in the case of short samples. Due to this, fuzzy regression analysis methods are alternatives to classical methods for analyzing economic processes. The objective of this work is to develop fuzzy regression models with coefficients in form of trapezoidal fuzzy numbers and study of their applications for the analysis of the economic growth of the Republic of Tatarstan using a linear production function. The paper proposes a new method for estimating linear fuzzy regression, which eliminates certain disadvantages of the known methods of fuzzy regression modeling. The results of the study were obtained using methods of crisp and

fuzzy regression analysis and forecasting, methods of processing fuzzy numbers. As a result of the analysis of the economic growth of the Republic of Tatarstan for the period 2007-2020, a number of fuzzy two-factor linear production functions have been obtained, which have advantages over crisp models due to the ability to predict the gross regional product in the form of intervals of possible and most probable values.

Keywords: regression modeling, least absolute deviations, fuzzy linear regression, trapezoidal fuzzy numbers, economic growth, gross regional product

Введение

Регрессионный анализ (РА) является популярным методом экономических исследований. Он используется при решении многих задач моделирования бизнеса, экономики и финансов. Однако при применении аппарата РА могут возникать практические трудности, когда выборка короткая, информация о вероятностных распределениях недостоверна или существуют нечеткие связи между переменными [9]. В таких ситуациях использование нечеткого РА в области эконометрического моделирования снимает ряд ограничений классического четкого подхода. Отметим, что основное различие между нечеткой и традиционной регрессиями состоит в том, что в первом случае остаток является нечеткой величиной, а во втором – случайной величиной [12].

Нечеткие регрессионные модели могут быть построены на основе методов теории нечетких множеств, предложенной Л. Заде в качестве аппарата для работы с неточной, противоречивой и неполной информацией [19]. Отметим, что сегодня подход к анализу и моделированию экономических данных на основе теории нечетких множеств и логики сформировался в новое научное направление Fuzzy Economics.

Первые исследования возможного использования методов теории нечетких множеств в РА были выполнены Танака и др., которые предложили модель нечеткой линейной регрессии (ЛР) с параметром, который был нечетким числом, с применением метода линейного программирования для оценки параметров по критерию минимума индекса нечеткости [20].

С возникновением подхода нечеткого регрессионного моделирования его методы получили широкое распространение и нашли применение в области экономики. Приведем ряд примеров решенных задач. Нечеткая ЛР была использована для оценки параметров модели роста технологических знаний Ботацци–Пери [4]. Проведены исследования по нечеткому моделированию валового регионального продукта (ВРП) Республики Татарстан (РТ) [1, 9]. Нечеткая регрессия использована в качестве метода для прогнозирования запасов незавершенного производства при изготовлении изделий [2]. В [6] построена модель планирования поставок продукции металлургической отрасли на основе нечеткой регрессии. Исследованы возможности использования инструментов нечеткого регрессионного моделирования для анализа процессов управления аграрным производст-

вом [11]. Нечеткая регрессия использована для изучения влияния технологий на уровень жизни в разных странах [7]. В [3] методом нечеткой ЛР был проведен анализ объемов грузовых автомобильных перевозок в регионах Южного Федерального округа.

Результаты этих работ показывают практическую целесообразность использования нечеткого РА при решении экономических задач.

Существенным вклад в развитие нечеткого РА внес П. Диамонд, который предложил подход нечетких наименьших квадратов. Этот подход является нечетким расширением традиционного метода наименьших квадратов (МНК) на основе нового определения расстояния в пространстве нечетких чисел. Методы нечеткой регрессии можно условно разделить на две основные группы: методы с использованием критерия минимальной нечеткости (модели Танака) и методы, комбинированные с методом наименьших квадратов. Выделяют две разновидности методов второй группы, которые различаются использованными критериями при построении моделей. В одной из них используется критерий максимальной совместимости, а в другой – критерий минимизации квадратичного отклонения [18]. В [8] нами разработан метод оптимизации нечеткости регрессионной модели. Следует отметить, что во всех предыдущих методах параметры модели нечеткой регрессии представляются треугольными нечеткими числами.

Для модели нечеткой ЛР, основанной на методе Танаки, была предложена модификация модели с использованием расширения симметричных треугольных нечетких коэффициентов до трапециевидных нечетких чисел. Этот метод был назван методом с использованием h -среза [13], и он ориентирован на входные данные в виде четких чисел. Метод оптимизирует использование имеющихся данных и дает исследователю возможность вмешаться и использовать свой опыт для улучшения качества прогнозов. При практическом применении этого метода следует отметить следующие недостатки: в некоторых случаях он не позволяет оптимизировать размытость модели, субъективный характер выбора значения параметра h -среза.

В [16] нами предложен метод построения нечеткой ЛР с использованием трапециевидных нечетких чисел. Метод основан на формировании на основе исходной выборки двух выборок с использованием регрессионной модели, оцениваемой по МНК. Этот метод был использован для построения линейной модели ВРП РТ в зависимости от ряда факторов.

В статье предлагается новый метод построения модели нечеткой ЛР по четким исходным данным, в которой коэффициенты являются трапециевидными нечеткими числами.

Для нечеткого регрессионного моделирования ВРП РТ на основе четких выборочных данных, использованы следующие методы нечеткой ЛР: предложенный метод, методы с использованием коэффициентов в виде треугольных и трапециевидных нечетких чисел. Проведена сравнительная оценка качества построенных нечетких ЛР.

Методология исследований

Приведем краткое описание известных и предлагаемого метода построения нечетких РМ, используемых в работе.

Метод Танака. Нечеткая ЛР имеет следующий вид [20]:

$$\tilde{Y}_j = A_0 + A_1 x_{1j} + \dots + A_p x_{pj}, \quad (1)$$

где $\tilde{Y}$ – нечеткая зависимая переменная; $x_i, 1 \leq i \leq p$ – i -я независимая переменная; $\tilde{A}_i$ – i -й параметр модели.

Для каждого j выполняется неравенство относительно функции принадлежности (ФП) Y_j :

$$\mu_{Y_j}(y_j) \geq h,$$

где h – некоторое заданное пороговое значение.

Каждый нечеткий параметр $\tilde{A}_i = (a_i - b_i, a_i, a_i + b_i)$ описывается как симметричная треугольная ФП (рис. 1).

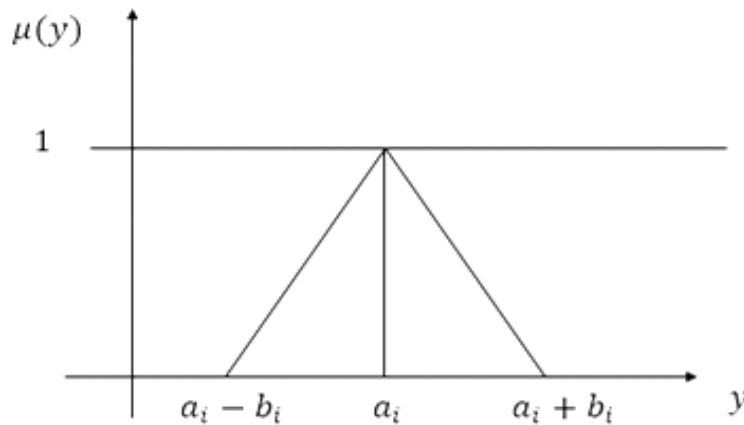


Рис. 1. Функция принадлежности нечеткого числа

С учетом вида ФП можно записать выражение (1) в следующем виде:

$$\tilde{Y}_j = (z_j - r_j, z_j, z_j + r_j),$$

где $z_j = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i x_{ij}$, $r_j = b_0 + \sum_{i=1}^p b_i |x_{ij}|$.

Суммарная мера нечеткости вычисляется по формуле:

$$r = \sum_{j=1}^n r_j = n b_0 + \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^p b_i |x_{ij}|.$$

Задача оценивания нечеткой ЛР сводится к следующей задаче линейного программирования:

$$\begin{aligned} r = \sum_{j=1}^n r_j = n b_0 + \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^p b_i |x_{ij}| &\longrightarrow \min; \\ y_j &\geq \sum_{i=0}^p a_i x_{ij} - (1-h) \sum_{i=1}^p b_i |x_{ij}|, \quad j = 1, 2, \dots, n; \\ y_j &\leq \sum_{i=0}^p a_i x_{ij} + (1-h) \sum_{i=1}^p b_i |x_{ij}|, \quad j = 1, 2, \dots, n; \\ b_i &\geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, p. \end{aligned} \quad (2)$$

Метод с использованием h-среза. Нечеткая функция уровня $\tilde{f}$ определяется как четыре уровня четких функций: f_a, f_b, f_c, f_d [13]. Из соображений согласованности эти четыре функции не могут пересекаться в области ввода, заданной как

$$[X_{\min}, X_{\max}] = [(x_1)_{\min}, (x_1)_{\max}] \times \dots \times [(x_N)_{\min}, (x_N)_{\max}]:$$

$$\forall x \in [X_{\min}, X_{\max}], f_a(x) \leq f_b(x) \leq f_c(x) \leq f_d(x).$$

Для определения функций экстремального уровня f_a и f_d используется модель Танаки с учетом решения (2) для $h = 0$:

$$f_a(X) = \sum_{i=1}^p a_i^* x_i - \sum_{i=1}^p b_i^* |x_i| \quad (3)$$

$$f_b(X) = \sum_{i=1}^p a_i^* x_i + \sum_{i=1}^p b_i^* |x_i| \quad (4)$$

Уровни f_b и f_c определяются решением (2) при уровне h , выбранном из интервала $[0, 1[$.

Построение нечетких ЛР с использованием трапециевидных нечетких чисел на основе метода наименьших модулей. Подход к оцениванию нечеткой ЛР, лежащему в основе предлагаемого метода, изложен в [16]. Этот подход основан на оценивании определенным методом четкой ЛР с целью формирования двух выборок из исходной, используемых для построения нечетких регрессий. Выборки формируются с использованием предсказанных значений четкой ЛР следующим образом:

1. Первая выборка содержит наблюдения, которые равны фактическим значениям зависимой переменной, если эти значения меньше или равны предсказанным значениям, в противном случае равны им.
2. Вторая выборка содержит наблюдения, которые равны фактическим значениям зависимой переменной, если эти значения больше или равны предсказанным значениям, в противном случае равны им.

По этим двум выборкам строятся по методу Танаки две модели нечеткой ЛР с симметричными треугольными нечеткими коэффициентами. С использованием этих двух моделей строится модель нечеткой регрессии с нечеткими коэффициентами в виде трапециевидных чисел.

В предлагаемом нами методе для оценивания четкой ЛР по исходной выборке используется метод наименьших модулей (МНМ). Этот метод является одним из важнейших методов робастного оценивания [10, 14]. Оценки вектора коэффициентов ЛР по МНМ находят из решения задачи минимизации суммы модулей ее остатков. Решение задачи достаточно трудоемко в вычислительном отношении. Задача обычно решается либо как задача линейного программирования [5], либо методом вариационно-взвешенных квадратических приближений (алгоритмом Вейсфельда) [10]. Наиболее популярны на практике алгоритмы реализации МНМ, основанные на сведении задачи минимизации суммы модулей остатков ЛР к задаче линейного программирования. Большинство из них были основаны на симплекс-методе Данцига [14].

Нами практическая реализация МНМ проведена с использованием симплекс-метода решения эквивалентной задачи линейного программирования. С учетом этого имеем следующее поэтапное описание предлагаемого метода оценивания нечеткой ЛР:

Этап 1. Оценивание МНМ выборочной модели четкой ЛР вида

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 X_1 + \dots + b_p X_p \quad (5)$$

где $\hat{Y}$ – предсказанные значения зависимой переменной; $X_i, i = \overline{1, p}$ – независимые переменные.

Оценки коэффициентов по МНМ модели определяются минимизацией следующей целевой функции:

$$MAE = \min \sum_{j=1}^n |y_j - \hat{y}_j| \quad (6)$$

В работе при этом использован симплекс-метод решения эквивалентной задачи линейного программирования [15, 17]. Для нахождения значений параметров модели $b_i, i = \overline{0, p}$ перепишем задачу (6) в терминах искусственных переменных t_j в виде

$$\min \sum_{j=1}^n t_j. \quad (7)$$

Задача относительно $b_i, i = \overline{0, p}$ и $t_j, j = \overline{1, n}$, с учетом ограничений примет следующий вид:

$$\begin{aligned} y_j - (b_0 + \sum_{i=1}^p b_i X_{ij} - t_j) &\geq 0; j = \overline{1, n}, \\ y_j - (b_0 + \sum_{i=1}^p b_i X_{ij} + t_j) &\leq 0; j = \overline{1, n}, \\ t_j &\geq 0. \end{aligned}$$

Эти ограничения приводят к тому, что каждый t_j равняется $|y_j - b_0 + \sum_{i=1}^p b_i X_{ij}|$, для всех $j = \overline{1, n}$ при минимизации, следовательно, задача (7) эквивалентна исходной задаче (6).

По построенной модели вычисляются предсказанные значения зависимой переменной.

Этап 2. Формирование двух выборок на основе исходной проводится следующим образом:

$$\begin{aligned} y_{1t} &= \begin{cases} y_t, y_t \leq \hat{y}_t, \\ \hat{y}_t, y_t > \hat{y}_t. \end{cases} \\ y_{2t} &= \begin{cases} y_t, y_t \geq \hat{y}_t, \\ \hat{y}_t, y_t < \hat{y}_t. \end{cases} \end{aligned}$$

где $y_t, \hat{y}_t, t = \overline{1, n}$ – фактические и предсказанные значения зависимой переменной

Этап 3. Оценивание использованием метода Танаки двух нечетких ЛР по сформированным выборкам.

Нечеткая модель по первой выборке включает в себя следующие функции, описывающие первый коридор значений: Y_{11} -верхняя граница, Y_{12} - середина, Y_{13} - нижняя граница. Каждый нечеткий коэффициент имеет вид:

$$A_{1i} = (a_{1i} - b_{1i}, a_{1i}, a_{1i} + b_{1i}).$$

Нечеткая модель по второй выборке включает в себя следующие функции, описывающие второй коридор значений: Y_{21} - верхняя граница, Y_{22} - середина, Y_{23} - нижняя граница. Каждый нечеткий коэффициент имеет вид:

$$A_{2i} = (a_{2i} - b_{2i}, a_{2i}, a_{2i} + b_{2i}).$$

Отметим, что $a_{2i} \geq a_{1i}$.

На основе построенных двух НЛР определяются значения зависимой переменной в виде трапециевидных нечетких чисел. Они определяются с использованием четырех функций:

$$f_d = Y_{21}, f_c = Y_{22}, f_b = Y_{12}, f_a = Y_{13}.$$

При этом нечеткая линейная регрессия определяется коэффициентами в виде трапециевидных нечетких чисел вида (рис. 2):

$$A_i = (a_{1i} - b_{1i}, a_{1i}, a_{2i}, a_{2i} + b_{2i}) = (a_i, b_i, c_i, d_i).$$

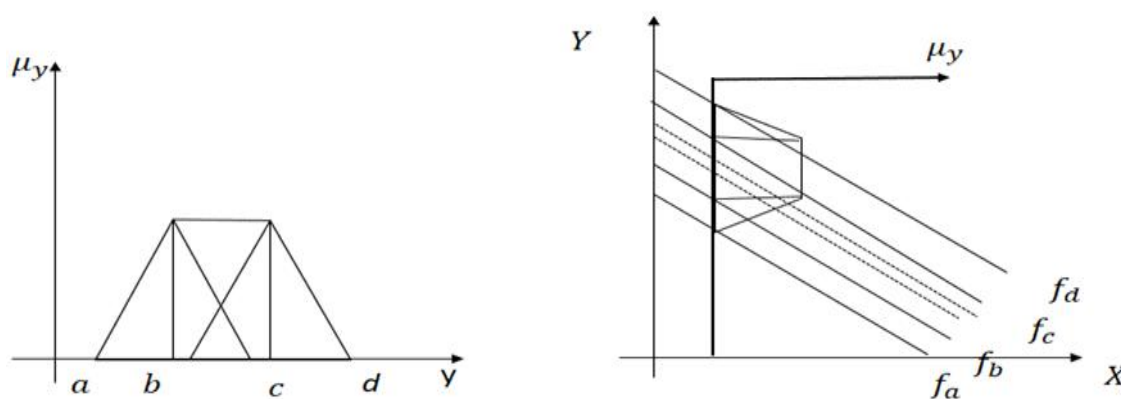


Рис. 2. Построение трапециевидных чисел

Результаты

Для апробации предложенного метода было проведено моделирование зависимости ВРП РТ. Для моделирования ВРП использованы выборки показателей социально-экономических процессов РТ с 2007 по 2020 годы (данные взяты с сайта Территориального органа федеральной службы государственной статистики по Республике Татарстан <http://tatstat.gks.ru>). Моделирование проведено с использованием переменных в текущих ценах.

Для сравнения по качественным показателям нечетких регрессионных моделей, построенных предложенным и рядом известных методов, выбрана нечеткая линейная производственная функция РТ вида:

$$Y = A + \alpha K + \beta L + \varepsilon,$$

где Y – ВРП, млн руб.; K – величина основных фондов, млн руб.; L – среднегодовая численность занятых в экономике, тыс. чел.

При построении нечетких линейных производственных функций использовались следующие методы: метод Танаки, метод с использованием h -среза ($h = 0,8$), методы нечеткой ЛР на основе МНК и МНМ.

Следует отметить, что модель нечеткой ЛР, основанная на методе Танаки, является моделью, с использованием треугольных нечетких чисел, а результирующая модель, использующая один из трех других методов, представляет собой модель с использованием трапециевидных нечетких чисел.

В дальнейшем для краткости введем для рассматриваемых моделей условные обозначения М1, М2, М3, М4. Для анализа качества моделей ис-

пользованы следующие показатели: коэффициент множественной детерминации R^2 , средняя абсолютная процентная ошибка $MAPE$. Они вычислены с использованием дефаззифицированных предсказанных значений ВРП.

Построенные нечеткие линейные модели имеют следующий вид:

- модель М1:

$$\hat{y} = (0,2172; 0,3099; 0,4026)K + 277,564L ;$$

- модель М2:

$$\hat{y} = (0,2172; 0,2914; 0; 3284; 0,4026)K + 277,564L;$$

- модель М3:

$$\hat{y} = (0,2172; 0,2386; 0; 2876; 0,3498)K + \\ + (227,564; 331,087; 331,087; 364,129)L;$$

- модель М4:

$$\hat{y} = (0,2182; 0,2182; 0; 2627; 0,2923)K + \\ + (223,022; 370,809; 370,809; 513,113)L$$

Полученные показатели качества моделей представлены в табл. 1.

Таблица 1

Показатели качества моделей

Модель	R^2	$MAPE$
М1	0,662	15,16
М2	0,662	15,16
М3	0,729	16,48
М4	0,758	17,38

Обсуждение результатов

Анализ полученных результатов показывает, что модели М1 и М2 имеют четкие коэффициенты при факторе труда L . При этом значения показателей R^2 и $MAPE$ одинаковы. Это связано с тем, что центроиды нечетких коэффициентов, полученных при помощи метода Танаки и метода с использованием h -среза, совпадают.

Значения R^2 моделей М3 и М4 выше, чем у моделей М1 и М2, что показывает лучшее качество подгонки данных дефаззифицированными предсказанными нечеткими значениями ВРП. Существенного различия всех 4 моделей по точности, судя по значениям $MAPE$, нет.

Следует отметить, что нечеткие ЛР оперируют при нечетком предсказании зависимой переменной двумя коридорами значений (диапазонами): возможных и наиболее вероятных значений. Анализ результатов по моделям М3 и М4 показал, что до 2020 года нет резкого различия в диапазонах наиболее вероятных предсказанных значений ВРП из-за наблюдаемой тенденции роста в ряду его уровней без резких колебаний.

Однако 2019 год стал поворотным из-за влияния последствий пандемии COVID-19 на экономический рост РТ. В 2019 г. ВРП РТ был на уровне

2584302,9 млрд. руб., а в 2020 г. составил 2447000 млрд. руб. Падение ВРП составило 5,31%.

Полученные результаты показали, что диапазон наиболее вероятных предсказанных значений ВРП за 2020 г. по модели М4 является более узким, и он ближе расположен к фактическому значению ВРП, чем в случае модели М3. Точечные предсказанные значения ВРП за 2020 г., полученные дефазификацией нечетких значений по построенным моделям, и соответствующие относительные ошибки (RE) представлены в табл. 2.

Таблица 2

Точечные прогнозы ВРП на 2020 г. и их относительные ошибки

Модель	Точечный прогноз, млн руб.	RE, %
М1, М2	3302595,965	34,97
М3	3131291,177	27,96%
М4	3004788,679	22,79%

Полученные значения RE показывают, что предсказанные уровни ВРП на 2020 г. по всем построенным моделям имеют удовлетворительную точность. При этом самую высокую точность показывает модель М4, оцененная предложенным нами методом на основе МНМ.

Заключение

В работе предложен метод для построения нечеткой ЛР с использованием трапециевидных чисел, который устраняет недостатки метода h-среза. Метод основан на формировании двух выборок из исходной с использованием четкой ЛР, оцененной по МНМ. По сформированным выборкам строятся две нечеткие ЛР с использованием треугольных нечетких чисел, агрегированием их коэффициентов записывается модель на основе трапециевидных нечетких чисел. Преимущество этого метода заключается в том, что он основан на известных методах оценивания ЛР в четкой и нечеткой постановках.

В данной работе разработаны нечеткие модели экономического роста РТ в виде линейных двухфакторных производственных функций по статистическим данным за 2007-2020 гг. В результате оценки качества моделей показано, что метод нечеткой ЛР с использованием трапециевидных чисел на основе МНМ даёт более высокую точность прогнозирования ВРП и лучше объясняет его динамику.

Отметим также, что нечеткие ЛР, построенные на основе предложенных нами методов, обладают преимуществами по сравнению с традиционными. Они позволяют прогнозировать ВРП в рамках коридоров для возможных и наиболее вероятных значений, что значительно повышает аналитический потенциал регрессионного анализа.

Список источников

1. Алсаиед Г. Моделирование валового регионального продукта на основе четких и нечетких регрессий // Экономика в меняющемся мире: материалы Всероссийского эко-

- номического форума с международным участием (Казань, 17–26 апреля 2019). – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2019. С. 235-238.
2. Бирюков А.Н. Нечеткая регрессионная прогнозная многофакторная модель для решения экономической прикладной задачи // Управление экономическими системами: электронный научный журнал. 2010. № 22. С. 22-30. [Электронный ресурс]: <https://econpapers.repec.org/article/scn007255/14758177.htm> (дата обращения: 11.06.2023).
 3. Богачев Т.В., Алексейчик Т.В., Харитонов И.А. Методика анализа и прогнозирования экономических показателей региональных транспортных систем методом нечеткой линейной регрессии // Вестник Ростовского государственного экономического университета. 2020. № 1 (69). С. 150-157.
 4. Волкова Е.С., Гисин В.Б. Нечеткая линейная регрессия в модели роста технологических знаний // Вестник Финансового университета. 2015. № 5. С. 97-104.
 5. Вучков И., Бояджиева Л., Солаков Е. Прикладной линейный регрессионный анализ. – М.: Финансы и статистика, 1987. – 239 с.
 6. Горчакова Д.А., Шабалов В.А. Нечеткая регрессионная модель планирования поставок продукции металлургического предприятия // Вестник Череповецкого государственного университета. 2019. № 3 (90). С. 9-16. DOI: 10.23859/1994-0637-2019-3-90-1.
 7. Зеленков Ю.А., Лашкевич Е.В. Нечеткая регрессионная модель влияния технологий на уровень жизни // Бизнес-информатика. 2020. Т. 14. № 3. С. 67-81. DOI: 10.17323/2587-814X.2020.3.67.81.
 8. Исмагилов И.И., Алсаиед Г. Классификация регрессионных моделей и метод построения линейных нечетких регрессий // Инновационная экономика: информация, аналитика, прогнозы. 2023. – № 2. – С. 130-138. DOI: 10.47576/2949-1894.
 9. Исмагилов И.И., Алсаиед Г. Нечеткое регрессионное моделирование в экономических исследованиях// Материалы Международного молодежного симпозиума по управлению, экономике и финансам (Казань, 28-29 ноября 2019 г.). – Казань: издательство казанского университет. 2019. Т. 1. С. 10-13.
 10. Мудров В.И., Кушко В.Л. Методы обработки измерений: Квазиправдоподобные оценки. – М.: Радио и связь, 1983. – 304 с.
 11. Парфенова В.Е. Нечеткое регрессионное моделирование в задачах управления аграрным производством // Инновации. 2019. № 7 (249). С. 88-92. DOI: 10.26310/2071-3010.2019.249.7.013.
 12. Aiwu Zhang. Statistical Analysis of Fuzzy Linear Regression Model Based on Centroid Method // Applied Mathematics. 2016. Vol 7. № 7. P. 579-586. DOI: 10.4236/am.2016.77053.
 13. Charfeddine S., Zbidi K. & Mora-Camino F. Fuzzy-regression analysis using trapezoidal fuzzy numbers // Proceedings of the Joint 4th Conference of the European Society for Fuzzy Logic and Technology and the 11th Rencontres Francophones sur la Logique Floue et ses Applications. Barcelona, Spain, 2005. P. 1213-1218.
 14. Fisher W.D. A note on curve fitting with minimum deviations by linear programming // J. Amer. Stat. Assoc. 1961. Vol. 56. P. 359-362. DOI: 10.2307/2281820.
 15. Gonin, R. and Money, A.H. Nonlinear LP-Norm Estimation. New York, Marcel Dekker, 1989.
 16. Ismagilov Ilyas Idrisovich, Alsaied Ghena. Fuzzy Regression Analysis using Trapezoidal Fuzzy Numbers // Industrial Engineering & Management Systems. 2020. Vol. 19. No. 4. P. 896-900. DOI: 10.7232/iems.2020.19.4.896.
 17. Li H.L. Solve least absolute value regression problems using modified goal programming techniques // Computers Op. Res. 1998. Vol. 25, No. 12. P. 1137–1143. DOI: 10.1016/s0305-0548(98)00016-1

18. Sapkina N.V. Fuzzy data analysis based on regression modeling // Journal of Physics: Conference Series. 2019. Vol. 1202. DOI 10.1088/1742-6596/1202/1/011002. [Электронный ресурс]: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1202/1/011002/pdf> (дата обращения: 11.06.2023).
19. Seung Hoe Choi, Hye-Young Jung, Woo-Joo Lee, Jin Hee Yoon. Fuzzy regression model with monotonic response function// Commun. Korean Math. Soc. 2018. Vol. 33. No. 3. P. 973-983.
20. Tanaka H., Uejima S. and Asai K. Linear Regression Analysis with Fuzzy Model // IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics. 1982. No. 12. P. 903-907. DOI: 10.1109/tsmc.1982.4308925.

Поступила в редакцию

29.08.2023

Исмагилов Ильяс Идрисович – доктор технических наук, профессор, ФГБОУ ВО «Казанского (Приволжского) федерального университета», г. Казань, Россия.

Ismagilov Ilyas Id. – Doctor of Technical Sciences, Professor, Kazan Federal University, Kazan, Russia.

Алсаиед Гена – соискатель степени кандидата экономических наук, ФГБОУ ВО «Казанского (Приволжского) федерального университета», г. Казань, Россия.

Alsaied Ghena – Applicant for PhD degree in Economics, Kazan Federal University, Kazan, Russia.

Россия, 420141, г. Казань, Академика Завойского, д. 17А

D. 17A, str. Academician Zavoisky, Kazan, 420141, Russia

Россия, 420087, г. Казань, ул. Гвардейская, д. 58

D. 58 Gvardeyskaya str/, Kazan, 420087, Russia

e-mail: iiismag@mail.ru

e-mail: ghenaalsaied@gmail.com