

DOI: 10.17117/na.2016.06.02.239

<http://ucom.ru/doc/na.2016.06.02.239.pdf>

Поступила (Received): 29.06.2016

Коненков М.А.**Формула зависимости прогиба плоской балочной фермы с треугольной решеткой от числа панелей****Konenkov M.A.****The formula of dependence of deflection of a flat beam farm with a triangular lattice of panels**

Выведена формула для прогиба балочной фермы в зависимости от ее размеров, нагрузки и числа панелей. Усилия определяются методом вырезания узлов в системе компьютерной математики Maple. Для обобщения решения на произвольное число панелей применен метод индукции и операторы `rgf_findrecur` и `rsolve` системы Maple
Ключевые слова: ферма, деформация, индукция, Maple

The formula for deflection of a girder, depending on its size, load and number of panels is derived. The forces in rods are determined by the cut nodes in the system of computer mathematics Maple. To generalize the solution for an arbitrary number of panels the method of induction and operators `rgf_findrecur` and `rsolve` of Maple are used
Key words: truss, deformation, induction, Maple

Коненков Михаил Александрович

Студент

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

Konenkov Mikhail Aleksandrovich

Student

National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Схема статически определимой фермы с треугольной решеткой и параллельными поясами (рис. 1) относится к числу наиболее распространенных в инженерной практике. Несмотря на это, точной формулы для прогиба этой фермы в зависимости от числа панелей не существует. Расчет фермы с наперед заданным числом элементов не представляет сложности и может быть выполнен в рамках студенческого курса по теоретической или строительной механике. Получить же обобщение решения на произвольное число панелей существенно сложнее и, как показывает практика, доступно лишь с помощью метода индукции, ранее примененного в аналогичных задачах для плоских [1-8] и пространственных [9-12] ферм. Метод индукции для вывода аналитических решений применяется и в других регулярных системах [13-16]. Обзор некоторых работ по этой теме можно найти в [1,17].

Алгоритм, использованный в настоящей работе, основан на компьютерной программе [18] для определения усилий в стержнях фермы. Программа написана на языке символьной математики Maple [19,20]. В программе вычисляются направляющие косинусы усилий в стержнях, действующих на узлы

фермы. Координат узлов записываются в массивы. Задается порядок соединения стержней с узлами. Система уравнений равновесия узлов решается в матричном виде.

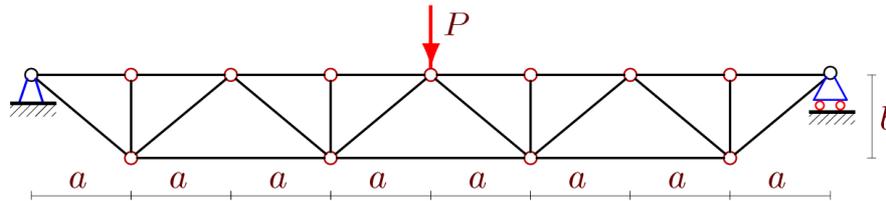


Рис. 1. Ферма при n=4

Для данной нагрузки прогиб определяется по упрощенной формуле Максвелла – Мора $\Delta = P \sum_{i=1}^m \frac{S_i^2 l_i}{EF}$, где EF – жесткость стержней (одинаковая в такой по-
становке), S_i – усилия в стержнях от действия единичной сила $P=1$, l_i – длины стержней. В данной конструкции с n панелями число стержней, включая опорные, равно $6n+2$. Суммирование же производится только по деформируемым стержням (опоры предполагаются жесткими), $m=6n-1$. Из анализа серии решений для ферм с различным числом панелей были получены последовательности коэффициентов, для которых методами Maple найдены общие члены – коэффициенты искомой формулы. Получено следующее выражение:

$$EF \Delta_n = P \frac{A_n a^3 + n c^3 + (1 - (-1)^n) b^3}{2b^2},$$

где $c = \sqrt{a^2 + b^2}$, коэффициент $A_n = n(2n^2 + 1) / 3$ получен с помощью операторов Maple `rgf_findrecur` и `rsolve` [18]. Зависимость прогиба, отнесенного к EF/P , от числа панелей при $L=an=20$ м дана на рисунке 2.

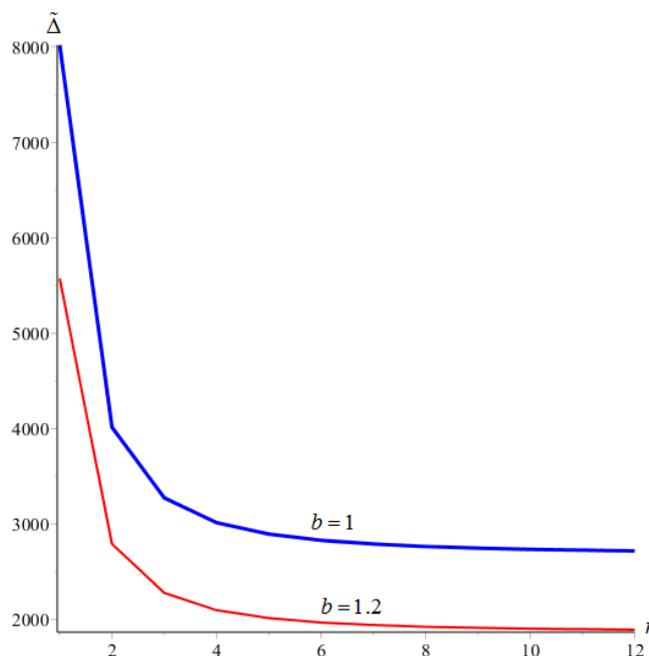


Рис. 2. Зависимость прогиба от числа панелей, L=20м

Список используемых источников:

1. Кийко Л. К. Аналитическая оценка прогиба арочной фермы под действием ветровой нагрузки // Научный вестник. 2016. № 1 (7). С. 247-254.
2. Кирсанов М.Н. Математическая модель балочной фермы с элементами упрочнения // Инженерно-строительный журнал. 2015. №4(56). С. 38-44.
3. Кирсанов М.Н. Аналитическое исследование деформаций плоской фермы арочного типа // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С. О. Макарова 2015. № 3 (31). С. 42-48.
4. Кирсанов М.Н. Расчет жесткости стержневой решетки // Вестник машиностроения. 2015. № 8. С. 49-51.
5. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет решетчатой фермы // Моделирование и механика конструкций. 2015. № 2 (2). С. 5.
6. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета плоской балочной фермы с произвольным числом панелей // Строительная механика и конструкции. 2016. №1. С. 19-24.
7. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет регулярной балочной фермы с произвольным числом панелей со сложной решеткой // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 3. С. 16-19.
8. Кирсанов М.Н. Точные формулы для расчета прогиба и усилий в стержнях типовой фермы «Молодечно» с произвольным числом панелей // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 33-41.
9. Кирсанов М.Н. Особенности аналитического расчета пространственных стержневых систем // Строительная механика и расчет сооружений. 2011. №5. С. 11-15.
10. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет и оптимизация пространственной балочной фермы // Вестник МЭИ. 2012. № 5. С. 5-8.
11. Кирсанов М.Н. Изгиб, кручение и асимптотический анализ пространственной стержневой консоли // Инженерно-строительный журнал. 2014. №5(49). С. 37-43.
12. Кирсанов М.Н., Андреевская Т.М. Анализ влияния упругих деформаций мачты на позиционирование антенного и радиолокационного оборудования // Инженерно-строительный журнал. 2013. № 5 (40). С. 52-58.
13. Кирсанов М.Н. Статический расчет вантовой системы // Известия Московского государственного технического университета МАМИ. 2013. Т. 1. № 3. С. 89-93.
14. Кирсанов М.Н. Дискретная модель свайного фундамента // Инженерно-строительный журнал. 2015. №3(55). С. 3-9.
15. Кирсанов М.Н. Жесткость торсионной подвески микромеханического волнового твердотельного гироскопа // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2015. № 3. С. 18-22.
16. Кирсанов М.Н. Оптимизация пространственной фермы с учетом ползучести материала // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2001. № 10. С. 11.
17. Тиньков Д.В. Анализ точных решений прогиба регулярных шарнирно-стержневых конструкций // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2015. №6. С. 21-28.
18. Кирсанов М. Н. Maple и Maple. Решения задач механики. СПб.: Изд-во Лань, 2012. 512 с.
19. Голоскоков Д. П. Практический курс математической физики в системе Maple. СПб.: Изд-во ПаркКом, 2010. 644 с.
20. Матросов А. В. Maple 6. Решение задач высшей математики и механики. СПб: БХВ-Петербург, 2001. 528 с.
21. Ванин М.В., Каганович А.Ф. О жесткости простой балочной фермы с произвольным числом панелей // Вестник научных конференций. 2016. № 3-6(7). С. 18-19.

© 2016, Коненков М.А.

Формула зависимости прогиба плоской балочной фермы с треугольной решеткой от числа панелей

© 2016, Kopenkov M.A.

The formula of dependence of deflection of a flat beam farm with a triangular lattice of panels